

Politique de commande combinée de production, de setup et de maintenance corrective d'un système manufacturier imparfait

Guy-Richard KIBOUKA et Donatien NGANGA-KOUYA*

Laboratoire de Recherche en Technologie des systèmes (LARTESY), Département génie mécanique, ENSET, BP 3989 Libreville, Gabon

* Correspondance, courriel : ngad1109@yahoo.com

Résumé

Le travail présenté dans cet article traite le problème des activités conjointes d'optimisation de la production et de configuration (setup), d'un système manufacturier composé d'une seule machine produisant deux types de produits finis. Une stratégie de maintenance corrective dont le taux de réparation dépend du nombre des opérations de setup déjà réalisées sur le système de production est traitée dans ce travail. Dans cet article, nous allons aborder le problème de commande lié à la combinaison des politiques de commande de production et de la maintenance corrective en fonction du nombre de setup. L'objectif de l'étude consiste à proposer une politique qui contrôle conjointement la production, le setup et la maintenance corrective. C'est une nouvelle problématique (non traitée dans la littérature) et qui fait appel à des processus stochastiques à taux contrôlés. La contribution de cet article se caractérise par le contrôle du taux de réparation, combiné à la planification de la production et du setup tel qu'aux chapitres précédents. Pour ce faire nous allons démontrer l'existence des conditions d'optimalité et développer par la suite les équations Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) correspondantes.

Mots-clés : *systèmes manufacturiers, planification de la production, programmation dynamique stochastique, stratégies de setup, maintenance corrective, analyses de sensibilité.*

Abstract

Combined control policy for production, setup and corrective maintenance of an imperfect manufacturer system

The work presented in this paper addresses the problem of joint optimization of the production, setup and corrective maintenance activities of a manufacturing system. This system consists of a machine subject to breakdowns and repairs and producing two types of parts. A corrective maintenance strategy whose repair rate depends on the number of setup operations already performed on the production system is considered in this work. The objective of this research is to propose a policy that controls production, setup and corrective maintenance. The contribution of this paper is through the control of the repair rate, combined with the planning of production and setup in a dynamic and stochastic context. Optimality conditions in the form of Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations are obtained and a numerical approach is proposed in order to deal with the joint optimization issues. Extensive simulations are performed to address many scenarios that illustrate the interactions between production, setup and maintenance activities.

Keywords : *manufacturing systems, production planning, stochastic dynamic programming, setup strategies, corrective maintenance, sensitivity analysis.*

1. Introduction

Dans une entreprise manufacturière, la fonction de maintenance corrective constitue une priorité et se situe au centre des préoccupations des industriels vu son rôle crucial du maintien en service de l'outil de production. Une grande partie des politiques de commandes développées jusqu'ici suppose que les distributions de pannes et de réparations sont modélisées par une chaîne de Markov. La fréquence d'occurrence des pannes augmente souvent avec le temps puisque les actions de la maintenance ne sont pas parfaites. [1] ont étudié les stratégies de production et de maintenance en considérant le contexte d'un sous-traitant. Dans le même contexte, [2] ont traité un système de fabrication qui fonctionne dans un environnement imparfait dont le taux de panne dépend à la fois de l'âge de la machine et du taux de production. Dans le contexte industriel, les opérations de setup entraînent généralement des temps et des coûts non-négligeables. Ces derniers peuvent avoir un impact important sur la compétitivité de l'entreprise manufacturière. La flexibilité et la performance des systèmes de production sont donc limitées par les coûts et les arrêts de setup sans valeurs ajoutées. En effet, les actions de setup engendrent des pertes importantes qu'il faut minimiser comme celles du coût d'opération des machines. D'où le besoin de contrôler et de réduire le nombre des actions de setup. Il s'agit de mettre en place une structure globale et efficace des opérations de setup en considérant toutes les interactions entre les coûts partiels du système tels que le coût de production, d'inventaire, de rupture de stock.

Ainsi, le but est d'utiliser une politique conjointe de commande optimale de la production et du setup qui permet d'augmenter la productivité et la disponibilité des ressources ainsi que de minimiser le coût total encouru du système. [3, 4] ont montré via l'utilisation d'une approche expérimentale intégrant la simulation et des méthodes statistiques d'optimisation, que la politique de commande modifiée (Modified Hedging Corridor Policy ou MHCP) est plus économique que celle de commande (Hedging Corridor Policy ou HCP). Les auteurs ont utilisé le paramètre de coût et une étude comparative montre que les valeurs de l'amélioration de la politique de commande modifiée (MHCP) par rapport à la politique HCP obtenues sont différentes. Cette situation ne donne aucun détail de l'influence des paramètres du système sur les politiques de commande étudiées et nous mène à se demander si le coût total de la politique MHCP ne pourra effectivement jamais dépasser celui de la politique HCP. Dans ce sens, nous estimons que ces expériences ne sont pas suffisantes et qu'il est évident que d'autres analyses comparatives seraient nécessaires pour tirer des conclusions de façon méthodique. Dans le cadre des activités conjointes d'optimisation de la production et de configuration des machines (setup), [3] ont proposé un modèle de planification qui intègre la production et la configuration des machines pour les produits multiples. Une telle recherche est le résultat du travail sur le terrain depuis des décennies.

Les systèmes de fabrication, où le temps et les coûts de configuration ont été considérés, sont étudiés dans les travaux de traités par [5 - 8]. Les auteurs ont développé des conditions d'optimalité pour un système de fabrication flexible composé d'une machine qui produit deux types de produits, en présence des coûts importants et la durée de reconfiguration. Ils ont résolu les conditions d'optimalité numériquement et ont fourni des politiques optimales, de setup (reconfiguration) et de production. Une politique conjointe de production et de setup de type seuil critique modifié a été obtenue par [4]. Cette politique désignée MHCP a été par la suite utilisée pour étudier des systèmes plus complexes avec des approches combinant la simulation et les plans d'expériences. L'analyse des systèmes avec la production et la maintenance corrective reste basée sur l'extension des travaux [2]. Dans ce contexte, [4] ont combiné la politique de commande de type seuil critique avec la stratégie de maintenance préventive de type âge (age replacement policy ou ARP). Le système manufacturier étudié se compose d'une seule machine produisant un seul type de produits finis et dont le temps et le coût des interventions de maintenance sont non-négligeables. [9] ont étendu la politique de [4], en utilisant une politique modifiée de la stratégie de maintenance (Modified Block Replacement Policy ou MBRP). En se basant sur le coût total encouru. [10] ont comparé l'effet des paramètres de coût sur les

politiques modifiées de la stratégie de maintenance (MBRP), stratégie de type bloc (BRP) et ARP, lorsqu'elles sont combinées avec la politique à seuil critique classique (Hedging Point Policy ou HPP). Dans la littérature, aucun travail n'a traité la combinaison des politiques de commande de production et de setup avec des stratégies de maintenance corrective pour une machine produisant deux types de produits. Notons que la durée des interventions de maintenance corrective est non-négligeable. L'objectif principal de cette étude qui s'appuie sur les travaux de [1, 2, 11], consiste à proposer une structure de loi de commande sous-optimale intégrant simultanément la production, le setup et la maintenance corrective pour cette classe de systèmes manufacturiers. En raison de la complexité du problème, une politique de commande a été proposée en se basant sur la littérature scientifique notamment en étendant les approches de [4, 8, 11], au cas de systèmes dégradés par les opérations de setup. Cette politique va combiner la planification de la production et du setup avec une stratégie de contrôle de la maintenance corrective en fonction du nombre des opérations de setup. Cette combinaison nous permet de réaliser encore plus d'économie et d'augmenter le niveau de service à la clientèle. Ce concept vise à mieux contrôler le taux de transition du mode panne au mode opérationnel (taux de réparation) lorsque les opérations de setup nécessitent l'arrêt de l'activité de production pendant une durée non-négligeable, et dégradent la dynamique du système. Cet article est organisé comme suit : La section 2 présente le contexte général de l'étude, la déclaration du problème de la planification de la production, la configuration optimale, les conditions d'optimalité et l'approche numérique. La section 3 décrit l'exemple numérique avec l'analyse des résultats. L'article se termine par une conclusion.

2. Méthodologie

2-1. Modèle de l'hypothèse

Cette section présente les notations et l'hypothèse utilisées dans cet article.

2-1-1. Notations

Les notations suivantes seront employées dans le reste de cet article.

Pour tout $i \in I = \{1, 2\}$

P_i : Type produit $i \in I$

θ_{ij} : Durée de setup pour passer de P_i à P_j

K_{ij} : Coût de setup pour passer de P_i à P_j

d_i : Taux de la demande du produit P_i

$x(t)$: Vecteur des niveaux d'inventaire/pénurie du produit type i

p_i : temps de traitement du produit type i

$u_i(t)$: Taux de production du produit type i

U_i^+ : Taux de production maximum de production du type i

z_i : Niveau de stock optimal du produit type i

$\alpha(t)$: Processus stochastique décrivant la dynamique de la machine

S_{ij} : politique de setup de produit type i à produit type j

$q_{\alpha\beta}$: Taux de transition du mode α à β

c_i^- : Coût de pénurie du produit type i

c_i^+ : Coût d'inventaire du produit type i

ρ : Taux d'actualisation du coût

$g(.)$: Fonction coût instantané

$R(.)$: Fonction coût total durant le setup

$\lambda(.)$: Fonction coût total

$v(.)$: Fonction valeur

2-1-2. Contexte

Le système étudié intègre les aspects suivants :

1. Toutes les pannes sont instantanément détectées et réparées. Une action de maintenance corrective majeure renouvelle le système de production à son état initial (aussi bon que l'état neuf).
2. Taux de transition n'est pas constant (dépend du nombre (n) de setup).
3. Taux de transition contrôlé.

2-2. Problématique

Le système manufacturier considéré représente une problématique commune dans l'industrie minière. Le système est constitué d'une seule machine non-flexible produisant deux types de produits. Cette machine est soumise à des pannes et des actions de réparations aléatoires qui peuvent générer des ruptures de stock (**Figure 1**). Le processus stochastique résultant de cette intégration est alors un processus à taux contrôlés (processus markovien non homogène).

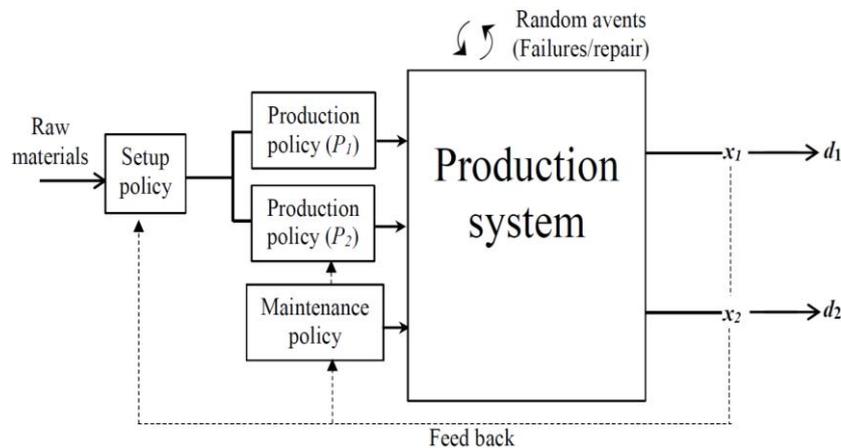


Figure 1 : Système Manufacturier étudié

Le système est décrit par un état hybride constitué d'une partie continue (dynamique des stocks) et d'une partie discrète (modes de la machine). La dynamique du stock est décrite par **l'Équation** différentielle donnée par l'expression (1). Pour les deux produits P_1 et P_2 , les taux de production sont désignés par $u_1(.)$ et $u_2(.)$. Tel que $0 \leq u_1(.) \leq U_1^+$ et $0 \leq u_2(.) \leq U_2^+$, avec U_1^+ et U_2^+ désignant respectivement les taux de production maximale de P_1 et P_2 . La production doit satisfaire **l'Équation (1)**. $\dot{x}(t) = (\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t)) \in \mathbb{R}^2$. Elle est exprimée en fonction du taux de production de la machine $u(t) = (u_1(t), u_2(t))$ ainsi que la demande clientèle $d = (d_1, d_2)$.

$$\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt} = u(t) - d, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

Le diagramme de transition d'états de la chaîne de Markov associée à la dynamique de la machine est identique à celle représenté sur la figure 1.2. Si $q_{\alpha\beta}$ désigne le taux de transition du mode α au mode β ,

nous pouvons poser $q_{12} = p$ et $q_{21} = r$. Lorsque le taux de réparation est contrôlé et que nous désignons par $u_r(\cdot)$ la variable de décision associée, alors $q_{21} = u_r$. La relation permettant de décrire la dynamique de l'état de la machine $\alpha(t)$

$$\xi(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la machine est opérationnelle} \\ 2 & \text{si la machine est en réparation} \end{cases} \quad (2)$$

Le diagramme de transition d'états de la chaîne de Markov associée à la dynamique de la machine est représenté par la **Figure 2**.

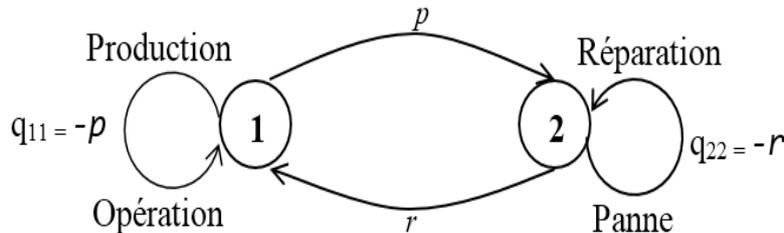


Figure 2 : Diagramme de transition d'états

La matrice des taux de transition correspondante à la dynamique des pannes et réparations de la machine est alors donnée par l'expression (3) :

$$Q(u_r) = \begin{pmatrix} -q_{12} & q_{12} \\ u_r & -u_r \end{pmatrix} \quad u_r^{min} < u_r < u_r^{max} \quad (3)$$

Où u_r^{min} et u_r^{max} désignent respectivement les taux de réparation minimale et maximale de la machine. Les variables de décision du problème d'optimisation conjointe de la production, du setup et de la maintenance corrective, considéré dans cet article, sont les suivantes :

- les taux de production u_1 et u_2 pour les produits P_1 et P_2 ;
- La séquence de setup notée $\Omega = \{\tau_i\}$ qui nous permettra de savoir quand est ce qu'on change la production du produit encours au produit suivant ;
- le taux de réparation u_r de la machine, qui doit être prendre ses valeurs dans $[u_r^{min}, u_r^{max}]$ en fonction du taux effectif de réparation qui dépend du nombre de setup selon le modèle suivant :

$$q_{21}(n) = b_1 + b_2 (1 - e^{-k_2 \theta n}) \quad (4)$$

où, n désigne le nombre de setup et $b_1 = 0.1$; $b_2 = 10$; $k_2 = 0.1$; $\theta = 0.75$

Pour ce problème d'optimisation le domaine de commande admissible est donné par l'ensemble suivant :

$$A(\cdot) = \{(u_1, u_2, u_1) / 0 \leq u_1 \leq U_1^+, 0 \leq u_2 \leq U_2^+, u_r^{min} < u_r < u_r^{max}\} \quad (5)$$

2-3. Fonction coût instantané

Le coût instantané associé au problème d'optimisation considéré est donné par l'expression (6) :

$$g(x) = c_1^+ x_1^+ + c_1^- x_1^- + c_2^+ x_2^+ + c_2^- x_2^- + c(u_r(t)) \quad (6)$$

En posant $h(x) = c_1^+ x_1^+ + c_1^- x_1^- + c_2^+ x_2^+ + c_2^- x_2^-$, nous obtenons $g(x) = h(x) + c(u_r(t))$

Le coût instantané en fonction du setup est défini par l'expression (7) suivante :

$$\begin{aligned} R_{12}(x, \Theta_{12}) &= K_{12} + \int_0^{\Theta_{12}} e^{-\rho t} g(x_1 - d_1 t; x_2 - d_2 t) dt, \\ R_{21}(x, \Theta_{21}) &= K_{21} + \int_0^{\Theta_{21}} e^{-\rho t} g(x_1 - d_1 t; x_2 - d_2 t) dt, \end{aligned} \quad (7)$$

Le coût total actualisé, sur un horizon infini peut être défini par l'expression (8) suivante :

$$J(i, x, \alpha, s, \Omega, u, u_r) = \int_0^s e^{-\rho t} (h(x) + c(u_r(t))) dt + E_{i, x-ds, \alpha_s} \left[\int_s^\infty e^{-\rho t} g(x(t)) dt + \sum_{i=0}^\infty e^{-\rho \tau_i} K_{i_1 i_{1+1}} \right] \quad (8)$$

Le problème d'optimisation que nous nous proposons de résoudre consiste à trouver une décision admissible appartenant à l'ensemble $A(\cdot)$ défini par l'Équation (5). La valeur de la fonction coût quand la politique de contrôle optimale est adoptée est représentée par la fonction valeur donnée par l'Équation (9)

$$v_i(x, \alpha, s) = \min_{(\Omega, u, u_r) \in A(\cdot)} J(i, x, \alpha, s, \Omega, u, u_r) \quad \forall x \in R^2, \alpha \in M \quad (9)$$

Pour démontrer la convexité de la fonction valeur, nous allons formuler trois hypothèses et énoncer le théorème de convexité.

- *Hypothèse H1* : $h(x)$ est une fonction convexe non négative avec $h(0) = 0$. Il existe des constantes positives C_{1h} , C_{2h} , C_{3h} et k_{1h} telles que :

$$C_{1h} |X|^{k_{1h}} - C_{2h} \leq h(x) \leq C_{3h} |X|^{k_{2h}}$$

- *Hypothèse H2* : $c(u_r)$ est une fonction non négative avec $c(0) = 0$ et $c(u_r)$ est doublement différentiable. En plus, $c(u_r)$ est soit convexe, soit linéaire.
- *Hypothèse H3* : $Q(u_r)$ est une fonction continue de u_r .

avec, $g(x, U) = h(x) + c(u_r)$ avec $U = (u, u_r)$.

Théorème : Si $g(x, U)$ est conjointement convexe, alors $v_i(x, \alpha, s)$ est convexe pour tout $x \in R^n, \alpha \in M$.

Par définition, une fonction $f(x)$ est convexe si et seulement si :

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2). \text{ Pour tout } 0 < \lambda < 1$$

Preuve : Il est évident que la convexité de $v_i(x, \alpha, s)$ est équivalente à celle de $J(i, x, \alpha, s, \Omega, U)$.

Montrons que $J(i, x, \alpha, s, \Omega, U)$ est convexe. Pour toute valeur initiale x et x' du surplus et toute commande admissible U et U' , on a $\tilde{x}(t)$ et $\tilde{x}'(t)$, $t \geq 0$, désignant les trajectoires correspondant à (x, U) et (x', U') . Pour tout $\lambda \in [0, 1]$, nous avons :

$$\lambda J(i, x, \alpha, s, \Omega, U) + (1-\lambda)J(i, x', \alpha, s, \Omega, U') = E \int_0^\infty e^{-\rho t} [\lambda g(x(t), U(t)) + (1-\lambda)g(x'(t), U'(t))] dt \geq E \int_0^\infty e^{-\rho t} g(\underline{x}(t), \underline{U}(t)) dt$$

où $\underline{U}(t) = \lambda U(t) + (1 - \lambda)U'(t)$ et $\underline{x}(t), t \geq 0$, est la trajectoire associée à la valeur initiale $\lambda x + (1 - \lambda)x'$ et contrôle $\underline{U}(t)$. Ainsi,

$$\lambda J(i, x, \alpha, s, \Omega, U(\cdot)) + (1 - \lambda)J(i, x', \alpha, s, \Omega, U'(\cdot)) \geq J(\lambda x + (1 - \lambda)x', \alpha, \lambda U(\cdot) + (1 - \lambda)U'(\cdot))$$

Cela signifie que $J(\cdot, \alpha, \cdot)$ est conjointement convexe et donc $v_i(x, \alpha, s)$ est convexe ■

Pour fin de simplification, on peut exprimer la fonction valeur $v_i(x, \alpha, s)$ en terme de $v_i(x, \alpha, \cdot)$ et $v_i(x - ds, 1)$ comme suit :

$$v_i(x, \alpha, s) = \begin{cases} v_i(x, \alpha, \cdot) & \text{si } s = 0 \\ \int_0^s e^{-\rho t} f(x(t)) dt + e^{-\rho s} v_i(x - ds, 1) & \text{si } s > 0 \end{cases} \quad (10)$$

La détermination des propriétés de la fonction (9) nous conduit à des conditions d'optimalité décrites par les équations de Hamilton-Jacobi Bellman (HJB).

2-4. Dynamique des pannes et conditions d'optimalité

Dans le contexte où les activités de setup dégradent le processus de réparation de la machine, et sous l'hypothèse selon laquelle *<< le setup se fait au mode opérationnel et au mode panne ; le setup pouvant se faire en parallèle avec les activités de maintenance corrective >>*, nous avons défini et développer les probabilités d'occurrence suivantes :

- P_{12} - la probabilité que la machine est en mode 2 à la fin de setup si elle est en mode 1 au début de setup :

$$P_{11} = \begin{cases} P_{11}^{(12)} = \frac{1}{q_{12} + u_r} (u_r + q_{12} e^{-(q_{12} + u_r)\theta_{12}}) \\ P_{11}^{(21)} = \frac{1}{q_{12} + u_r} (u_r + q_{12} e^{-(q_{12} + u_r)\theta_{21}}) \end{cases} \quad (11)$$

- P_{12} - la probabilité que la machine est en mode 2 à la fin de setup si elle est en mode 1 au début de setup :

$$P_{12} = \begin{cases} P_{12}^{(12)} = \frac{q_{12}}{q_{12} + u_r} (1 - e^{-(q_{12} + u_r)\theta_{12}}) \\ P_{12}^{(21)} = \frac{q_{12}}{q_{12} + u_r} (1 - e^{-(q_{12} + u_r)\theta_{21}}) \end{cases} \quad (12)$$

- P_{22} - la probabilité que la machine est en mode 2 à la fin de setup si elle est en mode 2 au début de setup :

$$P_{22} = \begin{cases} P_{22}^{(12)} = \frac{1}{q_{12} + u_r} (q_{12} + u_r e^{-(q_{12} + u_r)\theta_{12}}) \\ P_{22}^{(21)} = \frac{1}{q_{12} + u_r} (q_{12} + u_r e^{-(q_{12} + u_r)\theta_{21}}) \end{cases} \quad (13)$$

- P_{21} - la probabilité que la machine est en mode 1 à la fin de setup si elle est en mode 2 au début de setup :

$$P_{21} = \begin{cases} P_{21}^{(12)} = \frac{u_r}{q_{12} + u_r} (1 - e^{-(q_{12} + u_r)\theta_{12}}) \\ P_{21}^{(21)} = \frac{u_r}{q_{12} + u_r} (1 - e^{-(q_{12} + u_r)\theta_{21}}) \end{cases} \quad (14)$$

2-5. Conditions d'optimum

Avec ces expressions de probabilités d'occurrence, les **Équations** d'HJB décrivant les conditions d'optimalité sont les suivantes.

$$\min \left\{ \begin{array}{l} \min_{u \in I_i(\alpha)} \left[(u-d) \frac{\partial}{\partial x} v_i(x_i, \alpha) + g(x) + \sum_{\beta=1}^2 U_r v_i(x_i, \beta) \right] - \rho v_i(x, \alpha) \\ \min_{j \neq i} \left[R_{ij}(x, \theta_{ij}) + e^{-\rho \theta_{ij}} \left[P_{\alpha\alpha}(\theta_{ij}) \cdot v_i^h(x - d\theta_{ij}, \alpha) + P_{\alpha\beta}(\theta_{ij}) \cdot v_i^h(x - d\theta_{ij}, \beta) \right] \right] - v_i(x, \alpha) \end{array} \right\} = 0 \quad (15)$$

2-5-1. Approche de résolution numérique

Pour approximer la solution des équations HJB et résoudre les conditions d'optimum, nous avons employé les méthodes numériques qui utilise l'approche de Kushner. La méthodologie de cette approche est présente dans la littérature de [3, 7, 8, 12, 13]. Notons par h , le pas de discrétisation de la variable x .

Produit 1 au mode 1

$$v_1^h(x, 1) = \min \left\{ \begin{array}{l} \min_{u \in I_i(\alpha)} \left\{ \left(\rho + q_{12} + \frac{|u-d|}{h} \right)^{-1} \left| \frac{|u-d|}{h} (v_1^h(x+h, 1)) + (v_1^h(x-h, 1)) \right| \right\} \\ g(x) + q_{12} (v_1^h(x, 2)) \\ \min_{j \neq i} \left[R_{12}(x, \theta_{12}) + e^{-\rho \theta_{12}} \left[P_{11}(\theta_{12}) \cdot v_2^h(x - d\theta_{12}, 1) + P_{12}(\theta_{12}) \cdot v_2^h(x - d\theta_{12}, 2) \right] \right] \end{array} \right\} \quad (16)$$

Produit 2 au mode 1

$$v_2^h(x, 1) = \min \left\{ \begin{array}{l} \min_{u \in I_i(\alpha)} \left\{ \left(\rho + q_{12} + \frac{|u-d|}{h} \right)^{-1} \left| \frac{|u-d|}{h} (v_2^h(x+h, 1)) + (v_2^h(x-h, 1)) \right| \right\} \\ g(x) + q_{12} (v_2^h(x, 2)) \\ \min_{j \neq i} \left[R_{21}(x, \theta_{21}) + e^{-\rho \theta_{21}} \left[P_{11}(\theta_{21}) \cdot v_1^h(x - d\theta_{21}, 1) + P_{12}(\theta_{21}) \cdot v_1^h(x - d\theta_{21}, 2) \right] \right] \end{array} \right\} \quad (17)$$

Produit 1 au mode 2

$$v_1^h(x, 2) = \min \left\{ \begin{array}{l} \min_{u \in I_i(\alpha)} \left\{ \left(\rho + u_r + \frac{|u-d|}{h} \right)^{-1} \left| \frac{|u-d|}{h} (v_1^h(x+h, 2)) + (v_1^h(x-h, 2)) \right| \right\} \\ g(x) + u_r (v_1^h(x, 1)) \\ \min_{j \neq i} \left[R_{12}(x, \theta_{12}) + e^{-\rho \theta_{12}} \left[P_{21}(\theta_{12}) \cdot v_2^h(x - d\theta_{12}, 1) + P_{22}(\theta_{12}) \cdot v_2^h(x - d\theta_{12}, 2) \right] \right] \end{array} \right\} \quad (18)$$

Produit 2 au mode 2

$$v_2^h(x, 2) = \min \left\{ \begin{array}{l} \min_{u \in I_i(\alpha)} \left\{ \left(\rho + u_r + \frac{|u-d|}{h} \right)^{-1} \left[\frac{|u-d|}{h} (v_2^h(x+h, 2)) + (v_2^h(x-h, 2)) \right] \right\} \\ g(x) + u_r (v_2^h(x, 1)) \\ \min_{j \neq i} \left[R_{21}(x, \theta_{21}) + e^{-\rho \theta_{21}} \left[P_{21}(\theta_{21}) \cdot v_1^h(x - d\theta_{21}, 1) + P_{22}(\theta_{21}) \cdot v_1^h(x - d\theta_{21}, 2) \right] \right] \end{array} \right\} \quad (19)$$

2-6. Exemple Numérique

Dans cette section, nous présentons les résultats numériques relatifs aux différents exemples décrits dans cet article. Afin de caractériser la politique de production et de setup optimal, nous avons simulé quatre différents cas. L'algorithme a été implémenté sur Matlab R.12.

2-6-1. Choix des paramètres

Afin de concentrer nos efforts sur une caractérisation efficace de la politique de contrôle, nos analyses ont porté sur deux produits ayant les mêmes paramètres. Seuls les paramètres technico-économiques liés aux produits (durée de setup) ont été changés dans le cadre de l'analyse de sensibilité. Ces paramètres sont en lien direct avec la fonction coût total donnée par l'Équation (8). Les paramètres d'opération fixés pour tous les cas d'étude sont présentés dans le **Tableau 1**. Le **Tableau 2** détaille les variations des paramètres de setup (Cas 1 à 5).

Tableau 1 : Détail des variations des paramètres économiques et techniques

$K_{12}; K_{21}$	$U_1^+ ; U_2^+$	$d_1; d_2$	$c_1^+ ; c_2^+$	$c_1^- ; c_2^-$	x_1^+	x_1^-
0,5	5	2	50	1	20	0

$h_{x_1^+}$	n	ρ	q_{21_min}	q_{21_ma}	q_{12}
0.2	10	0,1	0,00001	0,2	0,15

Tableau 2 : Détail des variations des paramètres de setup

Cas	θ_{12}	θ_{21}
1	0,5	0,5
2	0,9	0,9
3	1	1
4	1,25	1,25
5	1,5	1,5

Seules les **Figures** des cas **1, 3 et 5** ci-dessous (considérés comme cas de base) seront présentées dans la prochaine section :

- $\theta_{12} = \theta_{21} = 0,5$; $\theta_{12} = \theta_{21} = 1$; $\theta_{12} = \theta_{21} = 1,5$

3. Résultats et discussion

3-1. Résultats numériques

Les *Figures 3, 5 et 4, 6* relatives au cas 1 ($\Theta_{12} = \Theta_{21} = 0.5$), illustrent respectivement la politique de production et celle de maintenance du produit P_1 , relatives au cas 3 ($\Theta_{12} = \Theta_{21} = 1$).

3-2. Analyse des résultats

Dans cette section nous allons interpréter les résultats issus de la résolution numérique des sept cas simulés. Cette analyse sera le point de départ en vue de déterminer la politique de production, de setup optimal et de maintenance du système de production.

3- 3. Politique de production optimale

L'analyse de sept cas examinés illustrent que la politique de production optimale est de produire le produit de type i ($i = 1, 2$) au taux de production maximum tant et aussi longtemps que son niveau de stock demeure dans la zone production, et la machine est configurée pour ce même type de produit (type λ). En dehors de cette zone, la politique de production ordonne d'arrêter la machine et ne rien produire en fixant le taux de production égale à zéro ou soit d'effectuer le setup. Il est à noter que la politique optimale est du type « Hedging Point Policy ». Ce qui veut dire que, le taux de production peut occuper trois niveaux, à savoir : le niveau minimum qui se traduit par un taux de production nul, le niveau extrême qui se traduit par un taux de production maximum et un niveau intermédiaire qui se traduit par la production au taux de la demande (pour les machines produisant plusieurs types de produits ; ce niveau intermédiaire se traduit par la réalisation d'un setup). En Effet, pour notre cas des produits identiques, les *Figures 3, 5*, montrent que la politique de production optimale permet de produire au taux de production maximum dans une zone délimitée par une droite de l'espace positif des stocks. Ce qui veut dire qu'à chaque instant, le niveau de stock à atteindre change dépendamment du niveau de stock de l'autre produit. Ce niveau n'est pas nécessairement le niveau optimal (Hedging point) mais ceci prouve que la production des deux produits est inter-reliée dans le cas où le setup est non négligeable. Cette politique à seuil critique classique oblige le système à produire au taux maximum tant et aussi longtemps que le stock du produit en cours est inférieur à un niveau cible et ce, quel que soit l'état de stock de l'autre produit. D'après [3, 7, 8], la loi de commande à laquelle notre système obéit, est une politique de production du type « hedging point policy ». Elle peut être exprimée par les expressions suivantes :

$$u_1(x_1, n) = \begin{cases} U_1^+ & \text{si } x_1 < Z_1 \\ d_1 & \text{si } x_1 = Z_1 \\ 0 & \text{si } x_1 > Z_1 \end{cases} ; \quad u_2(x_2, n) = \begin{cases} U_2^+ & \text{si } x_2 < Z_2 \\ d_2 & \text{si } x_2 = Z_2 \\ 0 & \text{si } x_2 > Z_2 \end{cases}$$

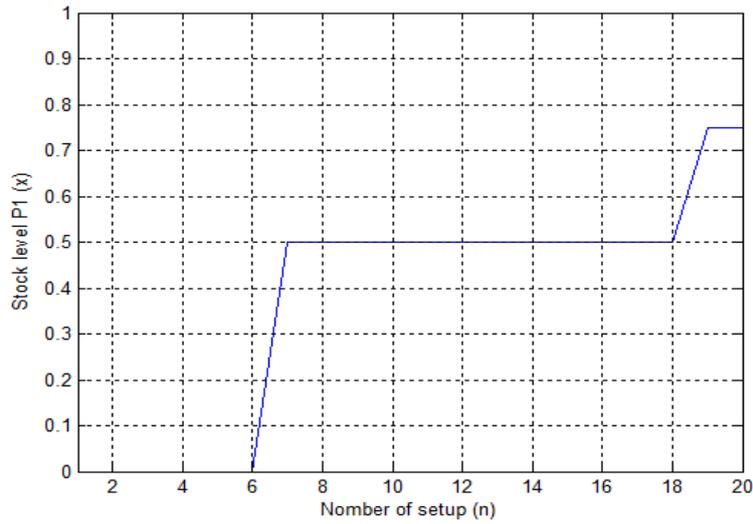


Figure 3 : *Politique de Production P_1*

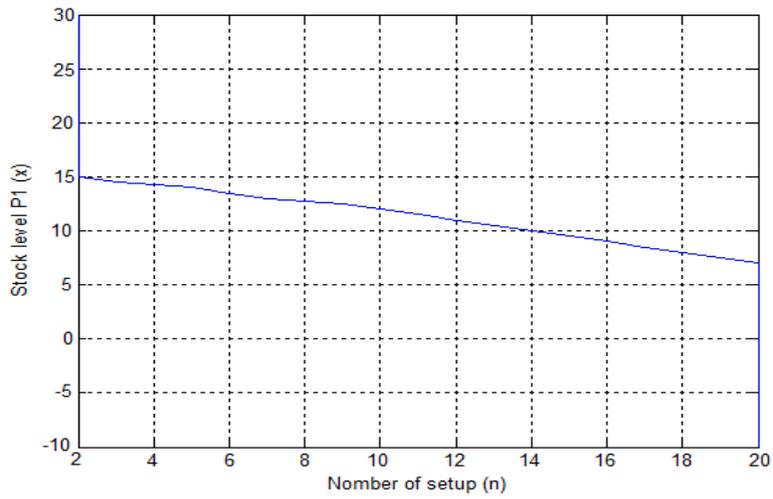


Figure 4 : *Politique de Maintenance P_1*

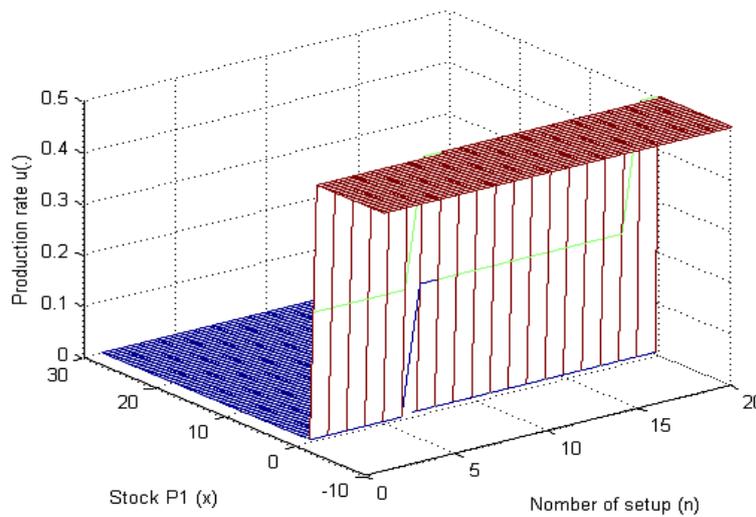


Figure 5 : *Politique de Production P_1*

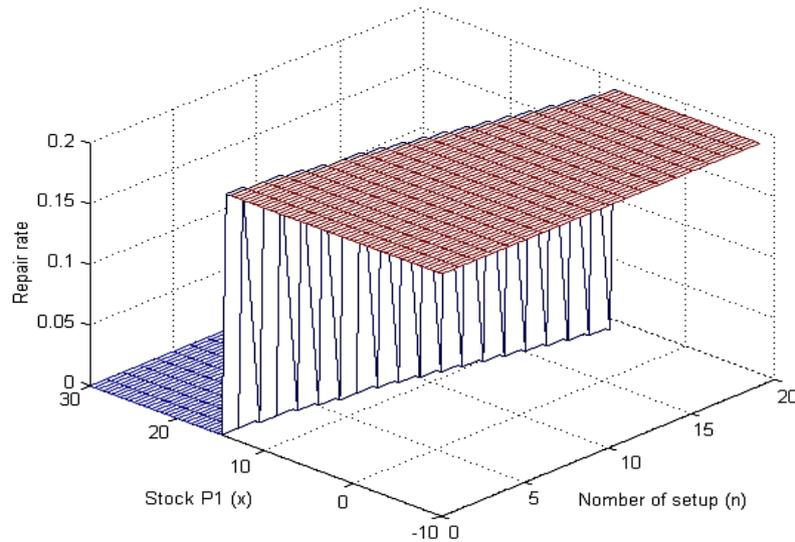


Figure 6 : Politique de Maintenance P_1

3-4. Politique de maintenance corrective

Contrairement au niveau de stock optimal de l'étude du chapitre précédent, le niveau de stock optimal de deux produits croît en fonction du nombre des opérations de setup déjà exécutées sur le système (plus le nombre de setup croît, plus le niveau de stock optimal aussi croît). Cette croissance du niveau de stock optimal, s'explique par le fait que le taux de réparation du système n'est plus géré seulement par un processus aléatoire, mais tient aussi compte du nombre de setup (*Figure 7*).

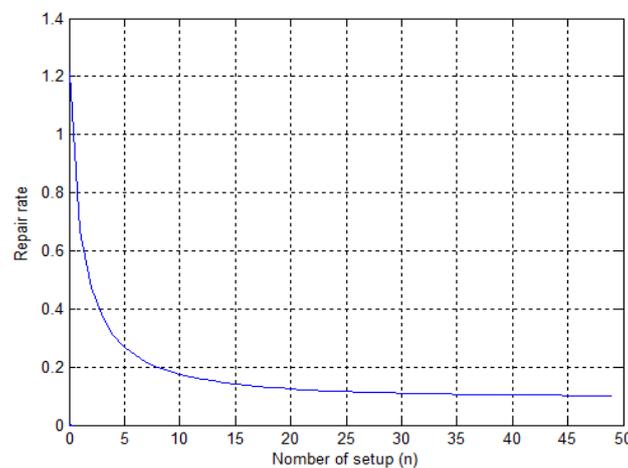


Figure 7 : Variation du taux de maintenance

Donc plus le nombre des opérations de setup croît, plus le temps moyen de réparation aussi croît, et ainsi le taux de réparation diminue. Alors le système est obligé de beaucoup produire pour augmenter le niveau de stock optimal quand il est en mode opération. Quand le système ira en mode panne, il y restera pendant longtemps (pour une durée égale au $MTTR(n)$). Ceci pourra engendrer les risques de voir les deux produits s'enfoncer dans la pénurie si nous passons beaucoup trop de temps en mode panne (réparation). D'où une loi de commande spécifique pour la maintenance corrective qui stipule qu'une réparation majeure (As Good As New ou AGAN) doit se faire pour un nombre élevé d'opérations de setup et qu'une réparation minimale soit faite avant ce nombre. Cette politique de maintenance corrective est décrite par l'Équation (20) suivante :

$$u_r(x_1, x_2, n) = \begin{cases} u_r^{max} & \text{si } (x_1, x_2) \in \text{ZON} \\ u_r^{min} & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (20)$$

Où zone C_r est la zone où la maintenance corrective se fait au taux maximal pour une valeur de n . Lorsque le taux de réparation est égal à u_r^{min} , la maintenance corrective se fait au taux : $q_{21}(n) = \frac{1}{MTTR(n)}$

La politique de maintenance corrective sectionne la grille des stocks en deux. En observant les figures (4, 6) il ressort que la politique de maintenance optimale se produit dans la zone négative du niveau de stock (zone dans laquelle la réparation se fait au taux maximal). Par contre, la zone positive de stock, le système exige une réparation au taux minimal. Plus le nombre de setup croît, plus la zone de la politique de maintenance optimale se rétrécit et tend vers la zone négative du niveau de stock. Cette stratégie de s'étendre vers la zone négative du niveau de stock, s'explique par le fait que l'augmentation du nombre de setup (n) réduit le taux de réparation du système.

3-5. Politique de setup optimale

La politique de setup optimale divise la grille des stocks en trois régions :

- région de la production au taux maximum du produit en cours de production ;
- région du setup de la machine à l'autre produit ;
- région du taux de production nul (arrêter la machine).

Les lois de commande auxquelles doit obéir la politique de setup du produit de type 1 au produit type 2 et la politique de setup du produit de type 2 au produit type 1 sont données par les expressions (21) et (22).

$$S_{12} = \begin{cases} 1 & \text{si } \begin{cases} x_1 \geq a_1 \\ \text{et} \\ x_2 \leq 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x_1 < 0 \\ \text{et} \\ x_2 \leq -b_1 \end{cases} \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (21)$$

$$S_{21} = \begin{cases} 1 & \text{si } \begin{cases} x_1 \leq c_2x_2 + b_2 \\ \text{et} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x_2 \geq a_2 \\ \text{et} \\ x_1 \leq 0 \end{cases} \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (22)$$

avec, $0 \leq a_1 \leq Z_1$; $b_1 \leq 0$; $0 \leq a_2 \leq Z_2$; $0 \leq c_2a_2 + b_2 \leq Z_1$

3-6. Analyse des sensibilités

Tout au long des sections précédentes, nous avons pu noter la complexité du système étudié, du fait qu'il fait intervenir plusieurs paramètres certes contrôlables mais qui révèlent une incertitude quant à leurs effets. Que ce soient des effets principaux ou d'interactions, qui doivent être pris en considération au moment de l'élaboration de l'heuristique de commande. Pour faire face à ce type de difficultés ; l'analyse de sensibilité est une approche classique qui consiste à étudier l'influence des modifications des paramètres sur les résultats du modèle. Cependant, il s'avère difficile d'étudier les effets de tous les paramètres ainsi que leurs interactions, du fait de leur nombre relativement élevé et leur domaine de variation qui pourrait aussi être assez étendu. Pour cette raison, nous avons d'abord concentré nos efforts sur les paramètres techniques (durée de setup) jugés les plus pertinents ; et les autres (taux de demande, de production, des pannes et des réparations) sont gardés constants. Les valeurs des niveaux de stocks optimaux obtenus numériquement, pour $n = 10$ et figurent dans le **Tableau 3**

Tableau 3 : Étude comparative des niveaux de stocks du seuil optimal

$\Theta_{12} : \Theta_{21}$	$Z_1 = Z_2$
0.5	0.5
0.9	0.8
1	1
1.25	2
1.5	2.75

Les valeurs des niveaux de stocks optimaux en fonction de n et pour $\Theta_{12} = \Theta_{21} = 1.5$, figurent dans le **Tableau 4**

Tableau 4 : Variation des niveaux de stocks du seuil optimal en fonction de n

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Z_1 et Z_2	1,5	1,5	1,5	1,5	2	2	2	2,5	2,5	2.75

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Z_1 et Z_2	3	6	6	6	6.5	6.5	6.5	6.5	6.5	6.5

Ce résultat peut aussi être considéré comme apport considérable. En effet, la publication [2] traite un système de fabrication qui fonctionne dans un environnement imparfait dont le taux de panne dépend à la fois de l'âge de la machine et du taux de production. Cependant, notre étude qui s'appuie sur l'hypothèse qui analyse les différents scénarios pouvant se produire à la fin de setup dus aux flots stochastiques de pannes [14] traite d'une problématique liée à un système manufacturier non flexible dans un environnement imparfait, et ceci nous a amené à répondre à notre interrogation quant à la durée de réparation (MTTR) qui peut être influencée par le nombre des opérations de setup (n) déjà exécutées sur le système de production. La prise en considération de ce paramètre (n) par nos travaux, nous amène à des nouvelles structures de la loi de commande incluant la maintenance corrective.

4. Conclusion

Ce présent article nous a permis d'introduire des stratégies de maintenance corrective en fonction du nombre de setup. Nous avons choisi un système composé d'une seule machine capable de produire deux types de produits finis avec un délai et un coût de setup non négligeables. Cette machine est sujette à des pannes et à des réparations aléatoires. Nous avons trouvé une nouvelle structure de loi de commande qui permet de contrôler conjointement la production, le setup et la maintenance corrective. Ce travail a eu pour but d'étudier l'effet d'une large gamme de configurations du système sur les paramètres optimaux des différentes politiques de commande considérées minimisant le coût total encouru. La complexité du problème nous a conduit à analyser des situations plus simples jusqu'à la considération des interactions des politiques de commande présentées. Cette étude a permis principalement de montrer que lorsque le système se dégrade en fonction des activités de setup, il est possible d'améliorer les performances du système par des politiques de production plus appropriées, caractérisées par une structure conjointe. Les politiques obtenues sont de type à seuils critiques modifiés, car elles dépendent du nombre d'activités de setup. Les résultats de ce chapitre constituent une contribution significative dans la littérature de commande des systèmes de production car ce problème n'a jamais été traité.

Références

- [1] - S. DELLAGI, N. REZG & X. XIE, Preventive maintenance of manufacturing systems under environmental constraints. *International Journal of Production Research*, 45 (5) (2007) 1233 - 1254 p.
- [2] - S. AYED, S. DELLAGI & N. REZG, Joint optimisation of maintenance and production policies considering random demand and variable production rate. *International Journal of Production Research*, (2011) 1 - 16 p.
- [3] - A. HAJJI, A. GHARBI & J. P. KENNÉ, Production and set-up control of a failure-prone manufacturing system. *International Journal of Production Research*, 42 (6) (2004) 1107 - 1130 p.
- [4] - A. GHARBI, J.-P. KENNE and A. HAJJI, "Operational level-based policies in production rate control of unreliable manufacturing systems with set-ups," *International Journal of Production Research*, Vol. 44, N° 3 (2006) 545 - 567 p.
- [5] - S. P. SETHI and Q. ZHANG, Hierarchical Decision Making in Stochastic Manufacturing Systems, Birkhauser, Boston, Mass, USA, (1994)
- [6] - H. YAN & Q. ZHANG, A numerical method in optimal production and setup scheduling of stochastic manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42 (10) (1997) 1452 - 1455 p.
- [7] - E. K. BOUKAS & J.-P. KENNÉ, "Maintenance and Production Control of Manufacturing Systems with Setups" *Lecture in applied Mathematics*, Vol. 33, (1997) 55 - 70 p.
- [8] - S. X. BAI & M. ELHAFSI, Scheduling of an unreliable manufacturing system with non resumable set-ups. *Computers Ind. Eng.*, 32 (1997) 909 - 925 p.
- [9] - J. F. BOULET, A. GHARBI & J. P. KENNE, "Amélioration d'une politique combinée de maintenance et de contrôle d'inventaire dans un contexte manufacturier" *7ème congrès international de génie industriel/Trois-rivière*, juin 5-8, (2007)
- [10] - F. BERTHAUT, A. GHARBI & K. DHOUB, Joint modified block replacement and production/inventory control policy for a failure-prone manufacturing cell". *Omega*, 39 (1) (2011) 642 - 654 p.
- [11] - F. BERTHAUT, A. GHARBI, J. P. KENNE & J. F. BOULET, "Improved joint preventive maintenance and hedging point policy". *International Journal of Production Economics*, 127 (1) (2010) 60 - 72 p.
- [12] - G. R. KIBOUKA, D. NGANGA-KOUYA, J.-P. KENNE, V. POLOTSKI & V. SONGMENE, 'Production Planning of a failure-Prone Manufacturing System under Different Setup Scenarios' *journal of Applied Mathematics*, Vol. 2016, Art. ID 4930817, (2015) 15 p.
- [13] - V. POLOTSKI, J.-P. KENNE and A. GHARBI, "Failure-prone manufacturing systems with setups: feasibility and optimality under various hypotheses about perturbations and setup interplay," *International Journal of Mathematics in Operational Research*, Vol. 7, N° 6, (2015) 681 - 705 p.
- [14] - G. R. KIBOUKA, D. NGANGA-KOUYA, J.-P. KENNÉ, V. POLOTSKI & V. SONGMENE, 'Maintenance and setup planning in manufacturing systems under uncertainties' *journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 2016, (2016)