

Prise en compte de l'interaction sol-structure dans l'étude du comportement des pieux sous charge axiale

Oustasse A. SALL^{1*}, Makhaly BA², Déthié SARR², Demba NGOM¹ et Mor A. SEYE¹

¹ Université de Thiès, Département de Génie Civil, UFR Sciences de l'Ingénieur, BP 960 Thiès, Sénégal

² Université de Thiès, Département de Géotechnique, UFR Sciences de l'Ingénieur, BP 960 Thiès, Sénégal

* Correspondance, courriel : oustaz.sall@univ-thies.sn

Résumé

Cet article a pour objectif d'étudier l'interaction entre le sol et un pieu de fondation. La démarche consiste à considérer le pieu comme une poutre en béton armé sous charge axiale qui interagit avec le massif de sol caractérisé par son module de réaction latérale (E_s). Cette approche permet d'écrire l'équilibre du 2nd ordre du pieu sous la forme d'un système matriciel dont les valeurs et vecteurs propres ne sont rien d'autres que les efforts critiques de flambement et les modes de flambement associés. La résolution analytique du modèle montre l'importance de la prise en compte de la réaction horizontale du sol sur l'effort de flambement, et qu'une ruine par flambement « pur » n'est pas en réalité le mécanisme de ruine le plus influant même dans le cas des sol médiocres car même avec de faibles caractéristiques mécaniques, le sol a une influence non négligeable sur la valeur de la force critique de flambement. Le modèle permet également d'évaluer facilement l'amplification des déplacements par effets du 2nd ordre sous l'action d'une charge axiale. L'étude montre que l'augmentation du module de réaction horizontale du sol (E_s) et du module de Young du pieu (E_p) influe de manière considérable sur la force critique de flambement du pieu. Ce qui entraîne par conséquent une diminution des déplacements. Les résultats obtenus montrent également que les paramètres des sols sont plus influents sur le comportement du modèle que ceux du pieu.

Mots-clés : *propriétés mécaniques, module de réaction du sol, interaction sol-pieu, flambement.*

Abstract

Consideration of the soil-structure interaction in the study of the behaviour of piles under axial load

The purpose of this paper is to study the interaction between soil and a pile foundation. The approach is to consider the pile as an axially loaded reinforced concrete beam that interacts with the soil mass characterized by its lateral reaction modulus (E_s). This approach makes it possible to write the 2nd order balance of the pile in the form of a matrix system whose eigenvalues and eigenvectors are the critical buckling forces and the associated buckling modes. The analytical resolution of the model shows the importance of taking into account the horizontal reaction of the soil on the buckling force and that a ruin by "pure" buckling is not in reality the most influential ruin mechanism even in the case of poor soil, because even with low mechanical characteristics the soil has a significant influence on the critical buckling force. The model also makes it possible to easily evaluate the amplification of the displacements by effects of the 2nd order under an axial

load. The study shows that the increase of the horizontal reaction modulus of the soil (E_s) and the Young's modulus of the pile (E_p) considerably influences the critical buckling force of the pile and consequently decreases the value of the displacements. The results also show that the soil parameters are more influential on the behavior of the model than those of the pile.

Keywords : *mechanical properties, soil reaction modulus, soil-pile interaction, buckling.*

1. Introduction

La modélisation des problèmes de contact est d'une grande importance pour la mécanique des sols et des roches, qu'il s'agisse d'un problème de contact entre deux couches différentes de sol, de fissures dans les masses rocheuses ou d'interaction sol structure. A l'heure actuelle, dans la pratique, ces problèmes d'interaction ne sont pas rigoureusement pris en compte dans le dimensionnement des fondations profondes. Les méthodes actuelles de calcul des fondations se basent essentiellement sur des équations de corrélations empiriques déterminées à partir d'essais in situ (pénétromètre, pressiomètre, etc.). Est-ce qu'on peut se permettre aujourd'hui de négliger l'effet des mouvements relatifs au niveau des zones de contacts sur le comportement de la structure ? Pour une analyse plus adéquate de ces problèmes, des éléments d'interface ont été proposés par différents chercheurs [1 - 5], pour la modélisation de l'interaction sol-structure avec la prise en compte des mouvements relatifs aux niveaux de ces interfaces. La prédiction de la réponse non linéaire des fondations profondes sous l'action des charges verticales est un problème important en interaction sol structure. Une approche réaliste de l'analyse des fondations profondes doit prendre en considération le comportement post élastique du sol. Les études théoriques [6, 7], basées sur les hypothèses classiques de la résistance des matériaux, ne permettent pas cependant de traiter le problème de l'influence de la charge verticale lors du calcul en flexion d'un pieu chargé latéralement (*effets du second ordre- réponse avant flambement*). La résolution de ce problème nécessite la prise en compte des non-linéarités géométriques dans les équations de comportement et d'équilibre. L'objectif de ce travail est la modélisation des fondations profondes sous charge axiale. Il vise plus particulièrement à étudier l'influence des caractéristiques géométriques et mécaniques du pieu et du massif sur le comportement de l'ensemble sol-pieu.

2. Méthodologie

Dans le cadre de ce travail, il s'agira d'abord de caractériser le massif de sol afin d'élaborer le modèle de comportement de l'interface sol-pieu. Ces zones de contact sont représentées par des éléments d'interface de type couche mince. Le comportement du système sol-pieu est régi par une loi de comportement de type Mohr-Coulomb. La résolution analytique du modèle sera effectuée pour déterminer les déplacements et la force critique de flambement.

2-1. Caractérisation du massif de sol

2-1-1. Détermination du module de réaction du sol

L'utilisation du modèle de *Winkler* et des modèles biparamétriques nécessite la détermination du coefficient de réaction du sol k_s . Ce coefficient de réaction est une grandeur caractéristique de l'interaction sol pieu. Le module de réaction E_s ($E_s = k_s \cdot B$, où B est la largeur de la fondation), peut être défini comme la pente de la sécante ou de la tangente de la courbe de réaction élémentaire (P, y) où P est la pression horizontale sur le

pieu et γ est le déplacement horizontal du pieu (**Figure 1**). Cette courbe de réaction peut être tirée des résultats d'un essai pressiométrique [8] ou d'un essai triaxial [9]. Pour déterminer le module de réaction, plusieurs auteurs ont proposé des corrélations empiriques entre ce module et les caractéristiques géotechniques ou élastiques du massif de sol. [10], dans le cas d'une étude sur les fondations chargées horizontalement, a présenté une synthèse détaillée de ces différentes corrélations. Le coefficient de réaction k_s est obtenu à partir de la formule semi empirique des tassements avec des coefficients de forme correspondant à une fondation de grande longueur. Son expression est donnée par les **Équations (1) et (2)**:

$$k_s = E_M \frac{18}{[4(2,65)^\alpha + 3\alpha]B} \quad \text{pour } B \leq 0,6m \tag{1}$$

$$k_s = E_M \frac{18}{4\left(2,65\frac{B}{B_0}\right)^\alpha B_0 + 3\alpha B} \quad \text{pour } B \geq 0,6m \tag{2}$$

E_M étant le module pressiométrique standard, α le coefficient rhéologique du sol, B le diamètre du pieu et B_0 le diamètre de référence égal à 0,6 m.

L'Équation (3) a été proposée, à la suite d'essais sur pieux en vraie grandeur [11] :

$$\frac{E_s}{E_M} = 6 \left(\frac{B}{B_0}\right)^{1/4} \left(\frac{D}{B}\right)^{1/2} \tag{3}$$

E_M étant le module pressiométrique standard, D la fiche du pieu, B le diamètre du pieu et B_0 le diamètre de référence égal à 0,305 m.

2-1-2. Corrélation du module de réaction avec les caractéristiques élastiques du sol

Des valeurs expérimentales de k_s ont été déterminées suite à des essais de chargement de plaques pour différents types de sols [12]. L'auteur a montré que k_s n'était pas une valeur intrinsèque du sol mais qu'elle dépendait de la largeur, la forme et la fiche de la fondation. Il a établi les **Équations (4) et (5)**:

- Pour le sable :

$$E_s = n_h \cdot Z = \frac{A\gamma}{1,35} Z \tag{4}$$

- Pour l'argile :

$$E_s = \frac{k_{v1}}{1,5} B_0 \tag{5}$$

A étant un facteur qui dépend de la densité du sol, γ le poids volumique, k_{v1} le coefficient de réaction verticale du sol pour une plaque carrée de côté égal à $B_0 = 0,305$ m reposant sur la surface du sol et chargée verticalement.

Une autre relation (**Équation (6)**), entre le module de réaction E_s et le module d'Young E , est proposée [12], telle que :

$$\frac{E_s}{E} = 0,74 \tag{6}$$

Dans le cas d'une argile molle, *l'Équation (7)* permet de calculer le module de réaction à partir de la cohésion non drainée [13] :

$$E_s = 67C_u \quad (7)$$

Le module de réaction E_s a été directement relié au module de cisaillement à l'appareil triaxial [14]. Une relation entre le module de réaction et le module d'Young en égalant les déplacements horizontaux, d'un pieu vertical chargé horizontalement, calculés suivant l'approche du continuum élastique et celle du modèle de *Winkler* est donnée par *l'Équation (8)* [15] :

$$\frac{E_s}{E} = 0,82 \quad (8)$$

Le module de réaction peut être calculé à partir du module élastique du sol selon *l'Équation (9)* [16] :

$$E_s = (0,8 \text{ à } 1,3)E \quad (9)$$

D'après [16], ce module élastique peut être évalué, à l'aide d'un diagramme contrainte déformation à partir d'un essai de mécanique des sols. Des études [17] ont proposé de déterminer le module E_s à partir du coefficient de Poisson ν , en partant de la solution approchée du problème d'un pieu chargé latéralement et situé dans un sol élastique linéaire isotrope (*Équation 10*):

$$\frac{E_s}{E} = \pi \frac{(3+2\nu)}{(1+\nu)} \quad (10)$$

E étant le module de Young du sol et ν le coefficient de poisson du sol.

2-2. Présentation du modèle

L'élaboration du modèle part du principe de la résistance des matériaux en écrivant, dans le repère matériel, les équations d'équilibre d'un tronçon infinitésimal d'une poutre. Dans notre cas, nous présentons une application de la méthode classique dans le cas d'un pieu droit, d'inertie constante I , soumis à une force de compression F et fiché dans un milieu élastique de module de réaction E_s . On suppose que l'effort normal est égal à la force verticale F , appliquée en tête du pieu, et qu'il n'y a pas de reprise de l'effort vertical par frottement latéral. C'est à dire que la force verticale F est constante le long du pieu. On suppose aussi que les déformations sont suffisamment petites pour que la réaction du sol soit toujours horizontale (*pas de couplage entre la force verticale et la réaction du sol*). Pour évaluer le module de réaction E_s , nous allons utiliser *l'Équation (11)* en posant E_s est égal au module de Young E du sol.

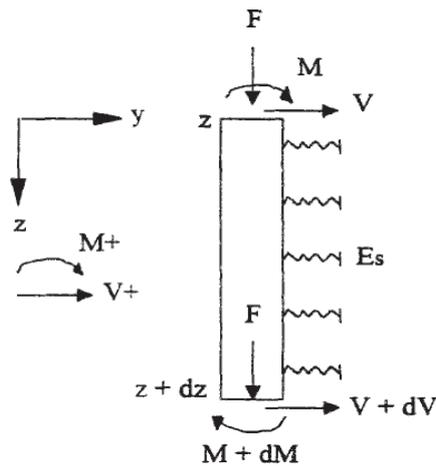


Figure 1 : Présentation du problème

On obtient une équation différentielle du quatrième ordre donnée par l'Équation (11):

$$E_p I_p \frac{d^4 y}{dz^4} + F \frac{d^2 y}{dz^2} + E_s y = 0 \tag{11}$$

E_p le module de Young du matériau du pieu, E_s le module de réaction horizontale du sol, F l'effort axial appliqué et I_p : moment d'inertie du pieu.

Pour chaque cas de figure, en introduisant les conditions aux limites (deux conditions en tête et deux en pointe), on aboutit à un système d'équations linéaires (quatre équations homogènes) dont les inconnues sont les quatre constantes d'intégration. Pour obtenir une position d'équilibre stable, autre que la position droite de la poutre donnée par la solution triviale (constantes d'intégration nulles), il suffit d'annuler le déterminant formé par les coefficients de ces équations, ce qui conduit à déterminer directement la force critique de flambement. On présente dans ce qui suit la résolution du modèle pour un pieu ancré dans un massif de sol.

3. Résultats et discussion

3-1. Calcul des déplacements

La résolution du modèle conduit aux déplacements donnés par l'Équation (12):

$$y(z) = e^{-\frac{\sqrt{-K_p^2 + 2K_s^2}}{2} \cdot z} \left[A \cos\left(\frac{\sqrt{K_p^2 + 2K_s^2}}{2} \cdot z\right) + B \sin\left(\frac{\sqrt{K_p^2 + 2K_s^2}}{2} \cdot z\right) \right] + e^{-\frac{\sqrt{-K_p^2 + 2K_s^2}}{2} \cdot z} \left[C \cdot \cos\left(-\frac{\sqrt{K_p^2 + 2K_s^2}}{2} \cdot z\right) + D \sin\left(-\frac{\sqrt{K_p^2 + 2K_s^2}}{2} \cdot z\right) \right] \tag{12}$$

où, A , B , C et D sont des constantes qui sont déterminées à partir des conditions aux limites. K_p et K_s sont données par les Équations (13) et (14):

$$K_p^2 = \frac{F}{E_p \cdot I_p} \tag{13}$$

$$K_S = \sqrt[4]{\frac{E_S}{E_P \cdot I_P}} \quad (14)$$

En posant les **Équations (15) et (16)**:

$$\alpha = -\frac{\sqrt{-K_P^2 + 2K_S^2}}{2} \quad (15)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{K_P^2 + 2K_S^2}}{2} \quad (16)$$

L'Équation (12) devient l'Équation (17):

$$y(z) = e^{\alpha z} [A \cos(\beta z) + B \sin(\beta z)] + e^{\alpha z} [C \cos(-\beta z) + D \sin(-\beta z)] \quad (17)$$

Pour une structure bi-encastree on a :

Pour $z = 0$ on a : $y(0) = 0$ et $\dot{y}(0) = 0$

Pour $z = h$ on a : $y(h) = 0$ et $\dot{y}(h) = 0$ avec h la profondeur (longueur du pieu)

$$z = 0 \Rightarrow y(0) = A + C = 0 \quad (17.1)$$

$$C = -A$$

Après dérivation de **l'Équation (17)**, on a :

$$\dot{y}(z) = e^{\alpha z} [A \cdot \alpha + B \cdot \beta + C \cdot \alpha - D \cdot \beta] \cos(\beta z) + e^{\alpha z} [B \cdot \alpha - A \cdot \beta - D \cdot \alpha - C \cdot \beta] \sin(\beta z)$$

$$z = 0 \rightarrow \dot{y}(0) = [A \cdot \alpha + B \cdot \beta + C \cdot \alpha - D \cdot \beta] = \alpha(A + C) + \beta(B - D) = 0 \quad (17.2)$$

Ce qui conduit à : $D = B$

$$z = h \rightarrow y(h) = e^{\alpha h} [A \cos(\beta h) + B \sin(\beta h)] + e^{\alpha h} [C \cos(\beta h) - D \sin(\beta h)] = 0$$

or,

$$e^{\alpha h} \neq 0 \rightarrow (A + C) \cos(\beta h) + (B - D) \sin(\beta h) = 0 \quad (17.3)$$

Et

$$\dot{y}(h) = 0 \rightarrow [A \cdot \alpha + B \cdot \beta + C \cdot \alpha - D \cdot \beta] \cos(\beta h) + [B \cdot \alpha - A \cdot \beta - D \cdot \alpha - C \cdot \beta] \sin(\beta h) = 0 \quad (17.4)$$

Ainsi on a le système **d'Équations (18)** suivant donné par les **Équations (17.1) à (17.4)**:

$$\begin{cases} A + 0 \cdot B + C + 0 \cdot D = 0 \\ A \cos \beta h + B \sin \beta h + C \cos \beta h - D \sin \beta h = 0 \\ \alpha A + \beta B + \alpha C - \beta D = 0 \\ [\alpha \cos(\beta h) - \beta \sin(\beta h)]A + [\alpha \sin(\beta h) + \beta \cos(\beta h)]B + \\ [\alpha \cos(\beta h) - \beta \sin(\beta h)]C - [\alpha \sin(\beta h) + \beta \cos(\beta h)]D = 0 \end{cases} \quad (18)$$

En résumé on a :

$$A = ?$$

$$B = ?$$

$$C = -A \quad (19)$$

$$D = B \quad (20)$$

3-2. Calcul de la force critique de flambement

En introduisant les conditions aux limites (*deux conditions en tête et deux en pointe*) dans **l'Équation (12)**, on aboutit à un système d'équations linéaires (*quatre équations homogènes*) dont les inconnues sont les quatre constantes d'intégration. Pour obtenir une position d'équilibre stable, autre que la position droite de la poutre donnée par la solution triviale (*constantes d'intégration nulles*), il suffit d'annuler le déterminant formé par les coefficients de ces **Équations**, ce qui conduit à déterminer directement la force critique de flambement. On écrit **l'Équation (21)** sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \alpha & \beta & \alpha & -\beta \\ \cos(\beta h) & \sin(\beta h) & \cos(\beta h) & -\sin(\beta h) \\ (\alpha \cos \beta h - \beta \sin \beta h) & (\beta \cos \beta h + \alpha \sin \beta h) & (\beta \cos \beta h - \alpha \sin \beta h) & (-\alpha \sin \beta h - \beta \cos \beta h) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Ainsi on a une **Équation (22)** de la forme :

$$[M][U] = [E] \quad (22)$$

En posant que le déterminant de $M = 0$, on obtient (**Équation (23)**):

$$F_{Cr} = F_{CrE} + 2\sqrt{E_S E_P I_P} \quad (23)$$

où, F_{CrE} est donnée dans le cas d'une poutre bi-encastée par **l'Équation (24)**:

$$F_{CrE} = \frac{4\pi^2 E_P I_P}{h^2} \quad (24)$$

3-3. Analyse et interprétation des résultats

L'analyse paramétrique du modèle vise à étudier l'influence de la non-linéarité géométrique et des propriétés de l'interface sur le déplacement du pieu, pour un sol dont le module varie entre **2 MPa** et **10 MPa**. L'étude sera menée avec force axiale F de **500 kN**. Dans toutes les applications, le pieu est de section carrée ou circulaire, et il est caractérisé par ses dimensions transversales, sa longueur et son module d'élasticité ou module de Young E_p . Le pieu est en béton armé avec les propriétés élastique suivantes : le module de Young (**30 GPa** et **50 GPa**) et un poids volumique ($\gamma_p = 25 \text{ Kn/m}^3$). Dans cette étude, le pieu est implanté dans un sol homogène dont le paramètre le plus important dans la modélisation est son module d'élasticité. Etant donné que les modes de déplacement ne sont connus qu'à une constante multiplicative près, nous pouvons donner à A et B des valeurs arbitraires pour étudier l'influence des paramètres du modèle sur les déplacements. C'est ainsi que nous avons donné à A et B une valeur unitaire. Les **Figures 2 à 8** montrent l'influence des paramètres du modèle sur les déplacements des différentes sections du pieu et sur la force critique de flambement. L'analyse globale des résultats montre que les déplacements les plus importants sont observés au niveau du tiers supérieur, et que ces déplacements deviennent de plus en plus faibles au niveau du tiers central jusqu'à s'annuler au niveau du tiers inférieur (**Figures 2 à 5**). Ces résultats montrent aussi que la force critique de flambement augmente en fonction de la croissance du module de réaction du sol (**Figures 6 à 8**). La variation du module d'élasticité du pieu entraîne une évolution des déplacements pour les pieux de section carrée et circulaire. Le déplacement diminue en fonction de l'accroissement du module d'élasticité E_p . Ceci est induit par l'amélioration de la flexibilité du pieu suite à une augmentation du module d'élasticité. Les déplacements les plus importants sont observés au niveau du tiers supérieur du pieu. Et au-

delà de cette zone, le déplacement diminue pour devenir quasi nul (*surtout au niveau du tiers inférieur du pieu*). On note aussi une diminution plus rapide des déplacements le long du pieu dans le cas d'une section carrée que dans celui d'une section circulaire (**Figure 2**). En effet cela est due au fait que le module de rigidité flexionnel du pieu circulaire est plus faible que celui du pieu de section carrée. Le fait que les déplacements les plus importants sont observés dans le tiers supérieur du pieu est dû au fait que le sol reçoit la presque totalité de l'effort appliqué en tête de pieu et que ce qui peut entraîner une plastification du sol. Au niveau du tiers central, la diminution plus rapide des déplacements des sections droites du pieu (**Figure 3**) s'explique par le fait que plus on va en profondeur, plus le sol devient de plus en plus dense. Ce qui entraîne une augmentation de sa contrainte effective et de sa résistance horizontale et par conséquent induit une décroissance des déplacements avec la profondeur. La **Figure 3** nous montre aussi une certaine sensibilité des déplacements par rapport à la variabilité des propriétés des sols. La **Figure 4** montre une influence quasi nulle des propriétés mécaniques du béton sur les déplacements de l'ouvrage. Par suite des analyses faites sur les résultats donnés par les **Figures 3 et 4**, nous pouvons conclure que les caractéristiques du sol sont plus influentes sur le comportement du modèle que celles du pieu.

L'analyse des résultats montre aussi que la force critique de flambement augmente en fonction de l'accroissement du module de réaction du sol (*par conséquent avec le module de Young*) et celui du module de Young du pieu (**Figure 7**). Un module de réaction du sol nul donne la force critique correspondante à celle d'Euler pour un pieu encastré à ses deux extrémités. Les résultats obtenus montrent l'effet très bénéfique de la réaction latérale du sol même pour de très faibles caractéristiques mécaniques du sol. Cependant, parfois pour des « besoins » de calcul liés au domaine d'application de certaines approches analytiques simplifiées, on néglige la raideur du sol dans les horizons meubles. En pratique, l'expérience montre que le mécanisme de ruine par flambement « pur » n'est pas déterminant même dans des conditions de sol médiocres. Enfin, on note que pour des configurations simples où les approches analytiques usuelles s'appliquent (*pieu dans un sol homogène*) [1], le modèle établi conduit à des résultats identiques. Les **Figures 5 et 8** montrent l'influence des caractéristiques géométriques du pieu sur le comportement du pieu. Ces résultats donnés par les **Figures 1, 5, 6 et 8** montrent une certaine sensibilité du modèle par rapport à la forme et à la dimension des sections transversales.

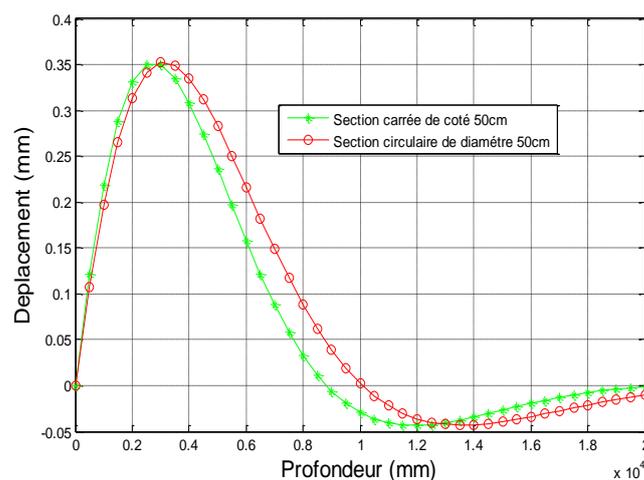


Figure 2 : Déplacements le long du pieu pour des sections carrée et circulaire

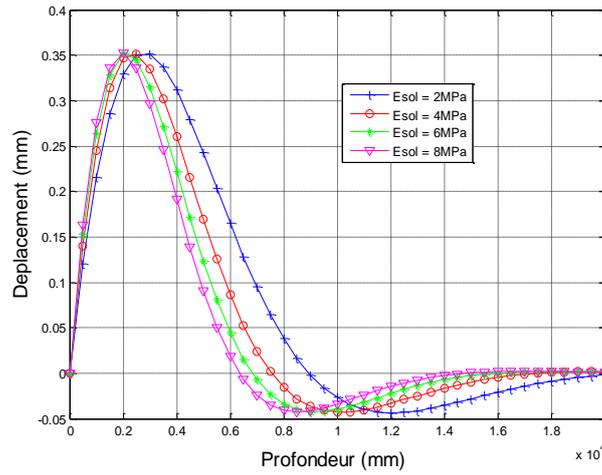


Figure 3 : Déplacements le long du pieu pour différentes valeurs du module de Young du sol

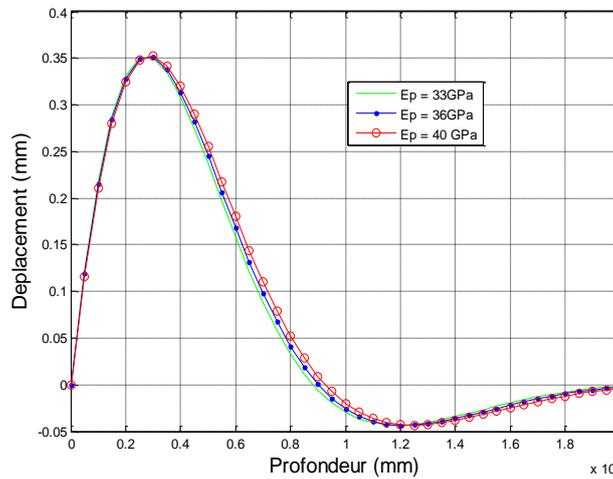


Figure 4 : Déplacements le long du pieu pour différentes valeurs du module de Young du béton

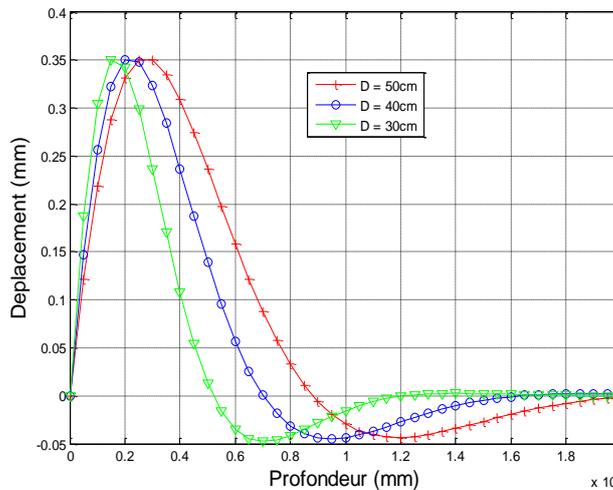


Figure 5 : Déplacements le long du pieu pour différentes valeurs du diamètre de la section

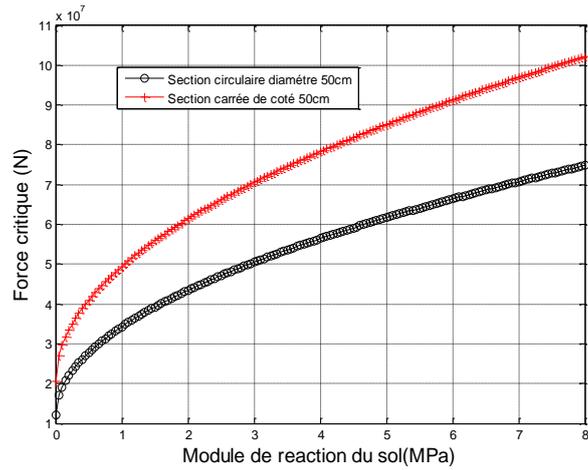


Figure 6 : Force critique de flambement du pieu en fonction du module de réaction du sol pour des sections carrée et circulaire

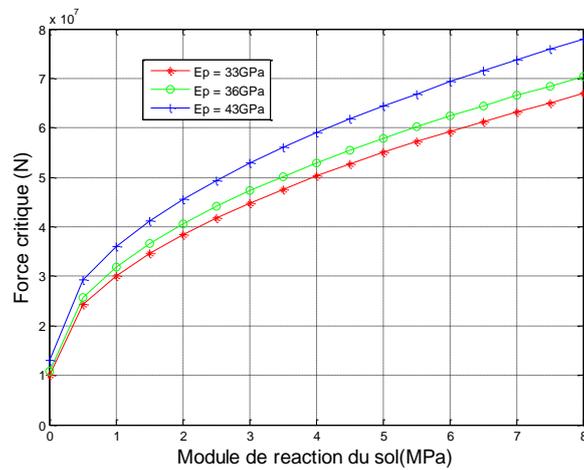


Figure7 : Force critique de flambement du pieu en fonction du module de réaction du sol pour différentes valeurs du module de Young du béton

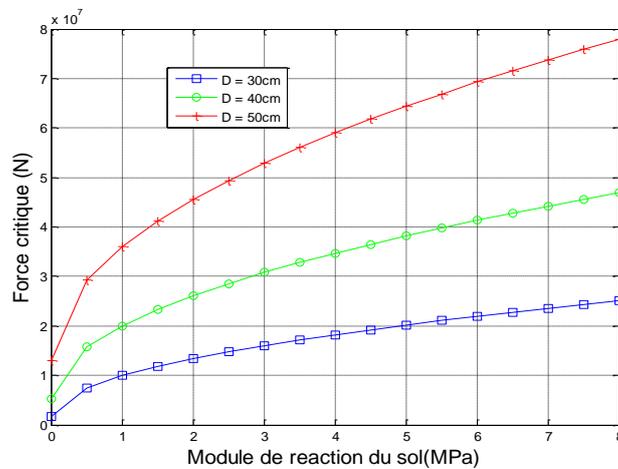


Figure 8 : Force critique de flambement du pieu en fonction du module de réaction du sol pour différentes valeurs du diamètre

4. Conclusion

L'objectif de cet article est d'étudier l'influence des propriétés du béton et du massif de sol sur le comportement des fondations profondes. L'exploitation des résultats obtenus montre que les caractéristiques des sols sont plus influentes sur le comportement du modèle que celles du pieu. L'étude montre également que la force critique de flambement croît avec le module de réaction du sol, ce qui nous pousse à affirmer que l'utilisation de la force critique d'Euler dans les calculs de stabilité du pieu revient à sous-estimer la capacité de résistance du pieu. Le modèle comportemental montre que le module de réaction du sol est très influant sur le comportement des pieux soumis à un chargement axial statique, et qu'il est aussi plus influant que le module de Young du pieu (E_p) sur le comportement de ce dernier. Les résultats obtenus montrent également une certaine sensibilité du modèle par rapport à la forme et à la dimension des sections transversales. L'étude montre aussi l'effet très bénéfique de la prise en compte de réaction latérale du sol même pour de très faibles caractéristiques mécaniques du sol.

Références

- [1] - M. HETENYI, "Beams on elastic foundation", University of Michigan Press, Ann Arbor, Vol. 16, (1946)
- [2] - V. Z. VLAZOV, "General theory of shells and its application in engineering", Gostekhizdat, Moscow, Leningrad, (1949)
- [3] - P. L. PASTERNAK, "On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two foundation constants", *Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literatury po Stroitelstvu i Arkhitekture*, Moscow, (1954)
- [4] - A. P. S. SELVADURAI, "Elastic analysis of soil-foundation interaction", *Developments in Geotech Eng.*, Elsevier scientific publishing company, Vol. 17, (1979)
- [5] - C. V. VALLABHAN, Y. C. DAS, "Modified Vlasov model for beams on elastic foundations" *J. Geotech. Engng.*, ASCE, Vol. 117, N° 6 (1991) 956 - 966 p.
- [6] - M. MANDEL, "Flambage au sein d'un milieu élastique", *Annales des Ponts Et Chaussées*, N° 20 (1936) 295 - 335 p.
- [7] - M. MANDEL, "*Le flambage en milieu résistant élastique-Applications*". *Annales des Ponts et Chaussées*, N° 25 (1936) 443 - 482 p.
- [8] - L. MENARD, "Comportement d'une fondation profonde soumise à des efforts de renversement", *Sols - Soils*, N° 3, 4° trimestre (1962)
- [9] - H. MATLOCK, "Correlations for design of laterally loaded piles in soft clays", *Proceedings of the Second Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, May, Vol. 1, (1970) 577 - 594, Paper OTC 1204
- [10] - T. HADJADJI, "Analyse du comportement expérimental des pieux sous chargements horizontaux" *Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, (1993)
- [11] - H. L. DAVISSON, T. D. DONOVAN, "Design approach for laterally loaded drilled piers". *GAI report to Pennsylvania Power and Light Company*, December, (1977)
- [12] - K. TERZAGHI, "Evaluation of coefficients of subgrade reaction" *Geotechnique*, Vol. 5, (1955) 297 - 326 p.
- [13] - M. T. DAVISSON, K. E. ROBINSON, "Bending and buckling of partially embedded piles Proc", *6th Int. Conf. Soil Mech. and Found. Engng.*, Canada, Vol. 2, (1965) 243 - 246 p.
- [14] - B. Mc CLELLAND, J. A. FOCHT, "Soil Modulus for laterally loaded piles", *A.S.C.E. Journ S.M.F.E.* (October 1956)
- [15] - H. G. POULOS, "Behavior of laterally loaded piles: I-Single piles", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol. 97, SM5, Proc. Paper 8092, May, (1971) 711 - 731 p.
- [16] - J. BOWLES, "*Foundation Analysis and Design*". 3th Edition (1982), New York, McGraw-Hill
- [17] - T. IMAI, "Method of calculation of transverse behavior of pile based on measurements results by L L T Chapter 4 of OYO Technical Note TN-13" *Studies of subgrade reaction coefficient K - value of soil ground*. OYO Corporation, Tokyo, Japan, June, (1976)