ISSN 1813-548X, http://www.afriquescience.info

Convection naturelle tridimensionnelle autour d'un ellipsoïde de révolution incliné

Ulrich CANISSIUS[1*], El Khatib MOURTALLAH X[2], Germain BEZANDRY[2], Alphonse Tahina RAMBININTSOANANDRASANA[2], Raymond RANDRIANARIVELO[2] et Pascal PETERA[2]

[1] Laboratoire de Mécanique et de Métrologie (LMM), Ecole Normale Supérieure pour l'Enseignement Technique (ENSET), Université d'Antsiranana, BP 0 Antsiranana 201, Madagascar
[2] Laboratoire de Mécanique des Fluides et Systèmes Energétiques Appliqués (LMFSEA), Faculté des Sciences, Université d'Antsiranana, BP 0 Antsiranana 201, Madagascar

* Correspondance, courriel : *ulrich_canissius@yahoo.fr*

Résumé

Dans cet article, les auteurs résolvent numériquement, à l'aide d'une méthode aux différences finies, les équations de transferts, permanentes, laminaires, tridimensionnelles, entre un ellipsoïde de révolution isotherme incliné et un fluide newtonien en écoulement vertical ascendant engendré par la convection naturelle. Dans la couche limite, les résultats concernant les champs adimensionnels des vitesses et des températures ainsi que le nombre de Nusselt et les coefficients de frottement, sont représentés graphiquement. Eu égard à l'angle d'inclinaison de l'ellipsoïde, les auteurs mettent en évidence des points privilégiés sur la paroi du corps.

Mots-clés : *convection naturelle tridimensionnelle, couche limite tridimensionnelle, ellipsoïde incliné, transferts d'impulsion et de chaleur, étude numérique.*

Abstract

Three-dimensional free convection around an inclined ellipsoid of revolution

In this paper, authors solves numerically, using the method of finite differences, the transfer equations, laminar, three-dimensonal, between inclined isothermal ellipsoid of revolution, and a newtonian fluid in vertical upward flow generated by the natural convection. In the boundary layer, the results concerning the adimensional velocity fields and temperatures as well as the Nusselt number and the friction coefficients, are represented graphically. With respect to the angle of inclination of the ellipsoid, the authors put in evidence of the privileged points on the partition of the body.

Keywords : *three-dimensional free convection, three-dimensional boundary layer, inclined ellipsoid of revolution, heat transfer, numerical study.*

Nomenclature

Lettres latines	*Tp température de la paroi, (K)*
a diffusivité thermique du fluide, ($m^2.s^{-1}$)	*Vx composante méridienne, ($m.s^{-1}$)*
a' longueur du demi-axe de l'axe de révolution, (m)	*Vy composante normale, ($m.s^{-1}$)*
b longueur du demi-axe perpendiculaire à l'axe de révolution de l'ellipsoïde, (m)	*Vφ composante azimutale, ($m.s^{-1}$)*
Cfu coefficient de frottement méridien	*x, y coordonnées méridienne et normale, (m)*
Cfw coefficient de frottement azimutal	***Lettres grecques***
Cp capacité calorifique massique à pression constante du fluide, ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	*α angle d'inclinaison du corps, (°)*
g accélération de la pesanteur, ($m.s^{-2}$)	*α_e angle excentrique, dans la littérature, (rad)*
L longueur de référence du corps d'ellipsoïde, (m)	*φ coordonnée azimutale, (°)*
Nu nombre de Nusselt local	*ρ masse volumique, ($kg.m^{-3}$)*
Pr nombre de Prandtl	*ν viscosité cinématique, ($m^2.s^{-1}$)*
r distance normale du projeté M d'un point P du fluide à l'axe de révolution du corps, (m)	*λ conductivité thermique, ($W.m^{-1}.K^{-1}$)*
Sx,S_φ facteurs de configurations géométriques	*μ viscosité dynamique, ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)*
T∞ température du fluide loin de la paroi, (K)	*β coefficient d'expansion volumique, (K^{-1})*
	β_t angle formé par le grand axe et un point à la paroi, (°)
	Indices / Exposants
	+ grandeurs adimensionnelles

1. Introduction

Les transferts thermiques autour des corps à symétrie de révolution ont fait l'objet de nombreuses études [1 - 24], étant donné leur intérêt pratique, notamment dans les machines. Citons à titre d'exemple certains ouvrages hydrauliques, les avions, les turbomachines, les systèmes de propulsions des navires, les fusées, les projectiles, les techniques de dépôts métalliques en phase vapeur. La plupart des travaux publiés concernent à un ellipsoïde vertical. Parmi eux, les références comme [1, 2] ont étudié les transferts de chaleur et d'impulsion instationnaires par convection naturelle à l'intérieur d'un ellipsoïde de révolution rempli d'air et dont la paroi est soit portée à une température constante, soit traversée par un flux de chaleur de densité constante et uniforme ainsi qu'à l'intérieur d'un cylindre horizontal de section droite elliptique dont la paroi est isotherme et ils ont montré l'existence des structures multicellulaires pour certaines valeurs du nombre de Grashof et du facteur de forme. De plus, les auteurs observent la transition du système entre deux états d'équilibre et affirment que le nombre de Nusselt global diminue de façon monotone en fonction du temps lorsque l'écoulement est unicellulaire et diminue brusquement à chaque apparition ou disparition de cellules. [3] a contribué sur une étude des écoulements tridimensionnels laminaires et permanents autour d'ellipsoïde de révolution : Ecoulement d'un fluide parfait et convection mixte d'un fluide newtonien en couche limite. Il a montré que sur la paroi, il existe un endroit où les gradeurs physiques ne dépendent pas de la position du corps dans l'espace. [4] a étudié la simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité d'un ellipsoïde de révolution, en utilisant une méthode de différences finies spectral. Il a constaté que la force du mouvement de circulation des couches de métal liquide due à la convection naturelle peut être bien contrôlée par la variation de transfert de chaleur à travers la paroi de l'ellipsoïde. [5] ont contribué sur le contrôle hydrodynamique en convection mixte de l'épaisseur de dépôt en phase gazeuse de semi-conducteur sur des corps à symétrie de révolution. Les auteurs montrent que l'écoulement et le transfert dépendent de façon significative de cette variabilité et qui est possible de contrôler la croissance des couches limites thermique et massique en agissant sur les conditions opératoires, notamment sur les profils des corps. [6] ont étudié la convection libre laminaire stable en raison d'un ellipsoïde de révolution chauffée, [7] a abordé sur la convection rampante dans un ellipsoïde horizontal chauffé, [8] a contribué sur le transfert de chaleur par convection mixte en rotation des conduits verticaux elliptiques et il a confirmé que le paramètre de perturbation est responsable du déplacement latéral du profil de température. L'auteur renonce les travaux publiés par [9,10] pour vérifier le code de calcul. [11] ont abordé sur la formation de vortex dans une bulle elliptique thermique. [12] ont étudié la convection naturelle bidimensionnelle autour des corps dans le cas axisymétrique de forme variable. Les auteurs ont proposé une procédure de calcul rapide en se basant sur la transformation des coordonnées qui permet d'exprimer les solutions des équations de conservations qui régissent en fonction d'une séquence des fonctions universelles qui dépendent du nombre de Prandtl et celle de configuration, déterminé par le contour du corps et de son orientation par rapport à la force du corps qui génère le mouvement. [13] ont abordé sur la convection naturelle du gaz à basse pression dans l'enceinte ellipsoïdale induite par des conditions thermiques combiné.

Après les travaux, l'enquête démontre que, les différentes conditions thermiques non uniformes d'environnement stratosphérique exercent une influence significative sur les deux caractéristiques thermique et dynamique de la convection naturelle d'un gaz à basse pression dans une enceinte. [14] ont abordé sur une étude des conditions aux limites locales d'absorption des limites de forme elliptique en se basant sur l'équation de helmholtz et également en introduisant une nouvelle condition à la limite d'une ellipse basée sur une expansion modale. Eu égard à tous les travaux de recherches publiés sur un ellipsoïde, la convection naturelle tridimensionnelle entre un fluide newtonien et un corps elliptique incliné, présente aussi un grand intérêt, face aux évolutions technologiques en termes de recherche dans le domaine de la thermique. Le présent travail, dont l'objectif est d'analyser l'influence de l'angle d'inclinaison sur les transferts thermiques. Nous considérons un écoulement tridimensionnel, laminaire, permanent, entre un ellipsoïde de révolution isotherme et un fluide newtonien en écoulement vertical ascendant engendré par la convection naturelle dont l'axe de symétrie est incliné par rapport à la direction verticale. Les équations de conservation sont discrétisées à l'aide d'un schéma implicite aux différences finies.

2. Méthodologie

2-1. Fondements théoriques

Le modèle physique considéré est constitué d'un ellipsoïde de révolution de longueur L et incliné d'un angle α par rapport à la verticale. La paroi du corps est maintenue à une température constante Tp, différente de la température $T\infty$ du fluide loin de la paroi qui est également constante. La ***Figure 1*** représente, la configuration spatiale du modèle physique étudié.

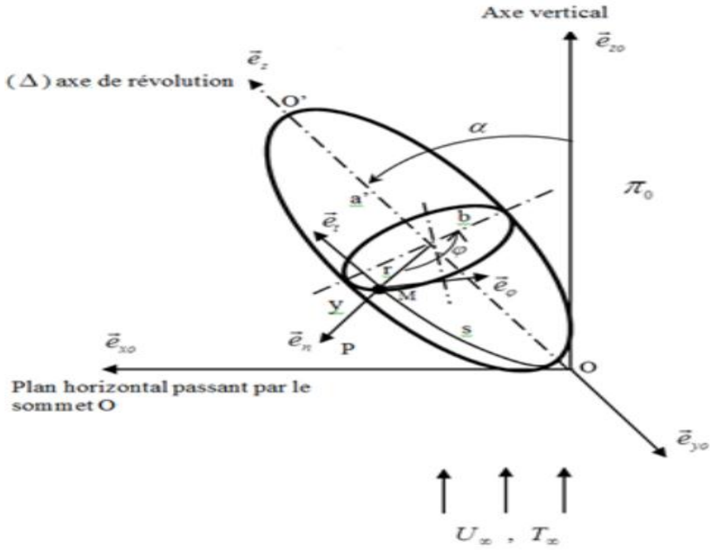


Figure 1 : *Schéma du modèle physique*

2-2. Hypothèses simplificatrices

Outre les hypothèses classiques de la couche limite et celles de Boussinesq, nous posons les hypothèses suivantes :

- l'ellipsoïde est immobile ;
- les transferts sont laminaires et permanents ;
- les transferts radiatifs et la dissipation d'énergie visqueuse sont négligeables ;
- le fluide est de l'air dont les propriétés physiques sont constantes à l'exception de sa masse volumique dont la variation est à l'origine de la convection naturelle.

2-3. Équations de conservation dans la couche limite

Posons $\Delta T = T_p - T_\infty$ et les variables réduites appropriées sont :

$$x_+ = \frac{x}{L} \qquad y_+ = \frac{y}{L} Gr^{\frac{1}{4}} \qquad \varphi_+ = \frac{\varphi}{2\pi} \qquad r^+ = \frac{r}{L}$$

$$V_x^+ = \frac{V_x}{\sqrt{Lg\beta\Delta T}} \qquad V_y^+ = \frac{V_y Gr^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{Lg\beta\Delta T}} \qquad V_\varphi^+ = \frac{V_\varphi}{\sqrt{Lg\beta\Delta T}} \qquad T^+ = \frac{T - T_\infty}{T_p - T_\infty}$$

L : Longueur caractéristique, prise égale à la longueur de OO'

$Gr = \dfrac{g\beta(T_p - T_\infty)L^3}{\upsilon^2}$: Nombre adimensionnel de GRASHOF

Alors, les ***Équations*** adimensionnelles dans la couche limite s'écrivent :

- *Équation de continuité*

$$\frac{\partial V_x^+}{\partial x_+} + \frac{\partial V_y^+}{\partial y_+} + \frac{1}{r^+}\frac{\partial V_\varphi^+}{\partial \varphi_+} + \frac{V_x^+}{r^+}\frac{dr^+}{dx_+} = 0 \tag{1}$$

- *Équation de la quantité de mouvement*

$$V_x^+\frac{\partial V_x^+}{\partial x_+} + V_y^+\frac{\partial V_y^+}{\partial y_+} + \frac{V_\varphi^+}{r^+}\frac{\partial V_x^+}{\partial \varphi_+} - \frac{V_\varphi^{+2}}{r_+}\frac{dr^+}{dx_+} = S_x T^+ + \frac{\partial^2 V_x^+}{\partial y_+^2} \tag{2}$$

$$V_x^+\frac{\partial V_\varphi^+}{\partial x_+} + V_y^+\frac{\partial V_\varphi^+}{\partial y_+} + \frac{V_\varphi^+}{r^+}\frac{\partial V_\varphi^+}{\partial \varphi_+} + \frac{V_x^+ V_\varphi^+}{r^+}\frac{dr^+}{dx_+} = S_\varphi T^+ + \frac{\partial^2 V_\varphi^+}{\partial y_+^2} \tag{3}$$

S_x et S_φ sont les facteurs de configurations géométriques définis par :

$$S_x = \sin\alpha.\cos\varphi.\cos\beta_t + \cos\alpha.\sin\varphi \tag{4}$$
$$S_\varphi = -\sin\alpha.\sin\varphi$$

- *Équation de la chaleur*

$$V_x^+\frac{\partial T^+}{\partial x_+} + V_y^+\frac{\partial T^+}{\partial y_+} + \frac{V_\varphi^+}{r^+}\frac{\partial T^+}{\partial \varphi_+} = \frac{1}{\Pr}\frac{\partial^2 T^+}{\partial y_+^2} \tag{5}$$

$\Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$, Nombre de Prandtl

Les conditions aux limites adimensionnelles associées à ces ***Équations*** sont :

A la paroi $y_+ = 0$

$$T^+ = 1, V_x^+ = V_y^+ = V_\varphi^+ = 0 \tag{6}$$

Loin de la paroi $y_+ \to \infty$

$$T^+ = 0, V_x^+ = V_y^+ = V_\varphi^+ = 0 \tag{7}$$

2-4. Nombre de Nusselt et coefficients de frottements

- Nombre de Nusselt

$$Nu\,Gr^{-\frac{1}{4}} = -\left(\frac{\partial T^+}{\partial y_+}\right)_{y_+=0} \tag{8}$$

- Coefficients de frottements pariétaux

$$Cf_u = Lc_f \left(\frac{\partial V_x^+}{\partial y_+} \right)_{y_+ = 0} \quad , \quad Cf_\varphi = Lc_f \left(\frac{\partial V_\varphi^+}{\partial y_+} \right)_{y_+ = 0} \tag{9}$$

2-5.Modélisation

La paroi de l'ellipsoïde est divisée en petites surfaces élémentaires curvilignes à l'aide de Np parallèles perpendiculaires à l'axe de révolution (OO') et de Nm méridiens passant par les pôles O et O'. Les points d'intersection de ces parallèles et de ces méridiens définissant les nœuds du maillage à partir desquels les calculs sont effectués de la paroi vers le sein du fluide suivant la normale. Les ***Équations*** de transferts adimensionnelles sont discrétisées selon la méthode des différences finies sous sa forme implicite. Le domaine d'étude est décomposé en N x M x L parallélépipèdes curvilignes rattachés au corps et définis par les pas adimensionnels Δx_+ , Δy_+ et $\Delta \varphi_+$. L et N sont fixés d'avance (Np, Nm), car liés directement à la discrétisation géométrique du corps. En ce qui concerne M, il faut noter que, pour un empilement donné indicé par exemple par p, l'épaisseur de la couche limite n'est pas connue d'avance et l'indice (JMAX) p caractérise l'épaisseur et change a priori d'un empilement à un autre. Alors, M est donc défini par la relation :

$$\mathrm{M} = \sum_{\mathrm{p}=1}^{\mathrm{L \times N}} (\mathrm{JMAX})\mathrm{p} \tag{10}$$

Les calculs sont effectués aux nœuds (i + 1,j,k), avec $1 \leq i \leq IMAX$, $1 \leq j \leq JMAX$ et $1 \leq k \leq KMAX$. Pour les grandeurs adimensionnelles $V_x^+, V_y^+, V_\varphi^+$ et T^+, nous approchons les dérivées partielles comme suit, X désignant l'une d'entre elles et les inconnues étant les grandeurs indicées par i+1. Les terme V_x^+ dans l'opérateur $V_x^+ \frac{\partial}{\partial x_+}$, V_y^+ dans l'opérateur $V_y^+ \frac{\partial}{\partial y_+}$ et V_φ^+ dans l'opérateur $V_\varphi^+ \frac{\partial}{\partial \varphi_+}$ sont respectivement remplacés par les valeurs $(V_x^+)_{i+1,j}^k$, $(V_y^+)_{i+1,j}^k$, $(V_\varphi^+)_{i+1,j}^k$ calculées aux nœuds (i + 1, j, k). Pour raison de clarté, nous notons respectivement U, V, W et T les composantes méridienne, normale, azimutale et la température adimensionnelles. Après arrangement, les ***Équations*** discrétisées peuvent respectivement se mettre sous la forme suivante :

$$AX_{j+1} + BX_j + CX_{j-1} = D_j \qquad 2 \leq j \leq J\max - 1 \tag{11}$$

Les systèmes algébriques ***(11)*** associés aux conditions aux limites discrétisées sont résolus par l'algorithme de Thomas. Quant à la composante normale adimensionnelle V_y^+, elle s'obtient à partir de la discrétisation de ***l'Équation*** de continuité à l'aide de la relation :

$$V_{i+1,j}^k = \frac{1}{4}\left[3V_{i+1,j+1}^k + V_{i+1,j-1}^k + 2\Delta y_+ \left(\frac{U_{i+1,j}^k - U_{i,j}^k}{\Delta x_+} + \frac{3W_{i+1,j}^{k+1} - 4W_{i+1,j}^k + W_{i+1,j}^{k-1}}{2\Delta\varphi_+ r_{i+1}^+} + \frac{U_{i+1,j}^k}{\Delta x_+}\left(1 - \frac{r_i^+}{r_{i+1}^+} \right) \right) \right] \tag{12}$$

avec, $1 \leq i \leq N-1, 1 \leq k \leq L-1$ et $2 \leq j \leq J\max - 1$

Le critère de convergence au sein de la couche limite est assurée lorsque:

$$\left| \frac{\left|(X)^{p+1}\right| - \left|(X)^{p}\right|}{Sup\left(\left|(X)^{p+1}\right|, \left|(X)^{p}\right|\right)} \right| \leq \varepsilon \tag{13}$$

$(X)^{p}$ *et* $(X)^{p+1}$ *sont respectivement les valeurs de la grandeur X aux itérations p et p + 1.*

3. Résultats et discussion

Afin de prouver l'exactitude de nos résultats, nous avons validé le code numérique en comparant les résultats issus de nos calculs avec ceux déduits de la littérature [22] dans le cas d'un système axisymétrique d'un ellipsoïde allongé. Le ***Tableau 1***, illustrant l'évolution du coefficient d'échange thermique en fonction de l'angle excentrique α_e dans un intervalle de 0 à π , Pr = 1.0, montre que nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature et l'écart relatif ne dépassant pas 1 %. Dans ce même ***Tableau***, nous comparons également les résultats avec ceux obtenus par [23, 24], il semble raisonnable de conclure que l'accord est bon.

Tableau 1 : *Valeurs numériques du coefficient d'échange thermique,* $\alpha_e \in [0, \pi]$ *, Pr = 1.0, b / a' = 0.25*

α_e	Nos résultats	M. K. Jaman et al [22]	J. H Merkin [23]	Kumar et al [24]
0.0	0.8412	0.8426	0.8359	0.8428
0.2	0.7714	0.7706	0.7682	0.7722
0.4	0.6622	0.6619	0.6617	0.6632
0.6	0.5790	0.5781	0.5788	0.5794
0.8	0.5184	0.5175	0.5187	0.5191
1.0	0.4736	0.4729	0.4745	0.4747
1.2	0.4397	0.4392	0.4409	0.4410
1.4	0.4146	0.4132	0.4149	0.4150
1.6	0.3936	0.3929	0.3943	0.3944
1.8	0.3772	0.3768	0.3779	0.3779
2.0	0.3644	0.3641	0.3646	0.3646
2.2	0.3539	0.3538	0.3538	0.3537
2.4	0.3450	0.3451	0.3447	0.3446
2.6	0.3368	0.3370	0.3363	0.3362
2.8	0.3264	0.3270	0.3266	0.3262
3.0	0.3072	0.3062	0.3084	0.3070
π	0.2782	0.2780	0.2785	-

Dans nos résultats, nous fixons Pr = 0,72 et b / a' = 0,7. La représentation de U + en fonction de x_+ fait apparaître l'existence, dans le plan de symétrie caractérisé par $\varphi = 0°$ et $\varphi = 180°$, d'une abscisse curviligne $x_+ = 0.43$ privilégiée pour laquelle x_+ ne dépend pas de l'angle d'inclinaison α ***(Figure 2.a)***. Cette indépendance s'étend à l'intérieur d'une zone allant de $x_+ = 0,2$ à $x_+ = 0,6$ sur le méridien défini par $\varphi = 90°$ ***(Figure 2.b)***.

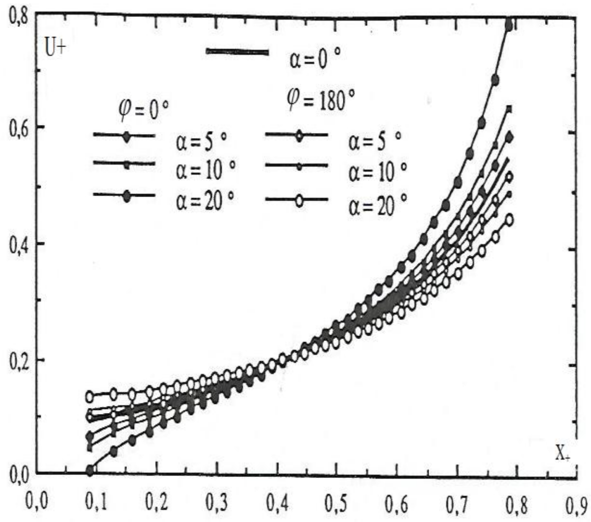


Figure 2.a : *Variations de U + en fonction de x +, pour plusieurs valeurs de* α *,* $\varphi = 0°$ et $\varphi = 180°$

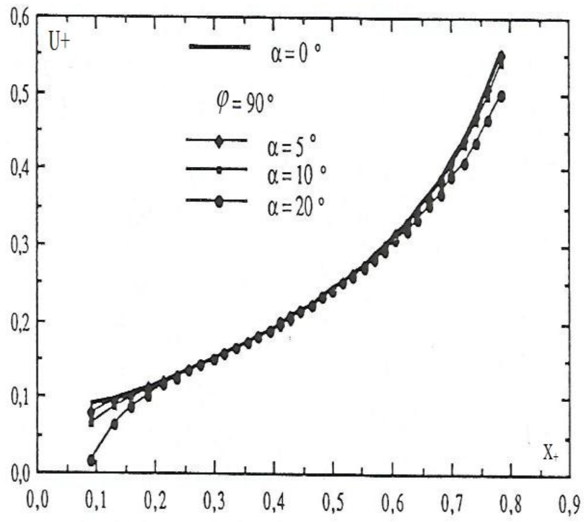


Figure 2.b : *Variations de U + en fonction de x +, pour plusieurs valeurs de* α *,* $\varphi = 90°$

Sur ces ***Figures***, la courbe correspondant à l'ellipsoïde vertical *(*$\alpha = 0°$*)* est une ligne de partage entre les valeurs relatives à $x_+ < 0{,}43$ et celle relative à $x_+ > 0{,}43$. Dans ce dernier, les allures nous montrent qu'elles augmentent avec l'inclinaison, pour $\varphi = 0°$ et diminuent sur le méridien ***d'Équation*** $\varphi = 180°$. Dans ces évolutions, on observe ainsi que les variations de la composante tangentielle s'inversent pour $x_+ > 0{,}43$. Pour cette abscisse privilégiée, il existe une valeur pour laquelle U + ne dépend pas de l'inclinaison α et que cette région est au voisinage de 90° ***(Figure 3)***.

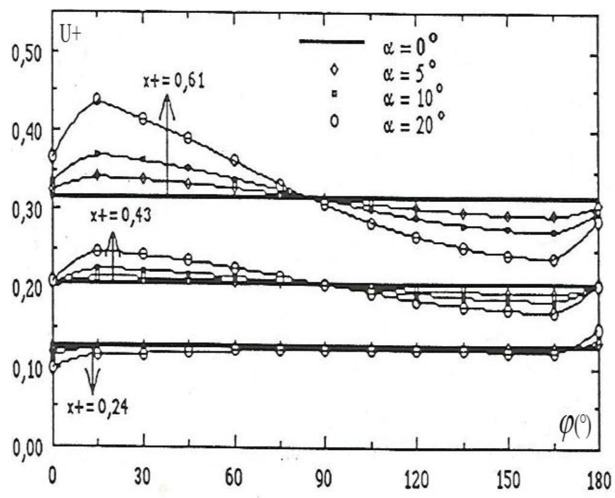


Figure 3 : *Variations de U + en fonction de* φ *, pour plusieurs valeurs de* α *,* $x_+ = 0.24, 0.43, 0.61$

Pour l'abscisse privilégiée $x_+ = 0.43$, les courbes de variations de U + en fonction de la coordonnée normale adimensionnelle y_+ ne dépendent pas non plus de α , pour $\varphi = 0°, 90°, 180°$ et les ***Figures 4.a et 4.b*** illustrent ce phénomène.

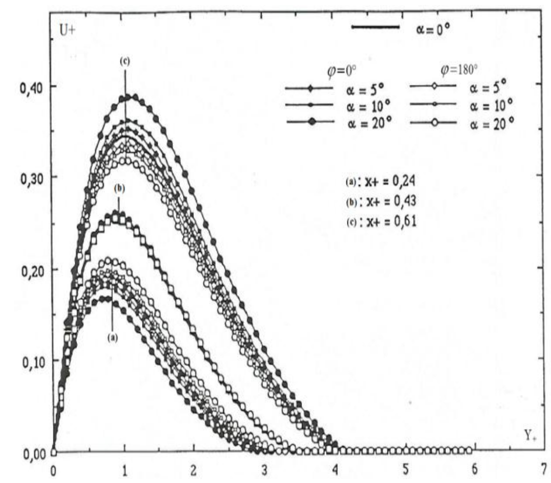


Figure 4.a : *Variations de U+ en fonction de y+, pour plusieurs valeurs de* α *,* $\varphi = 0°$ et $\varphi = 180°$ *,* $x_+ = 0.24, 0.43, 0.61$

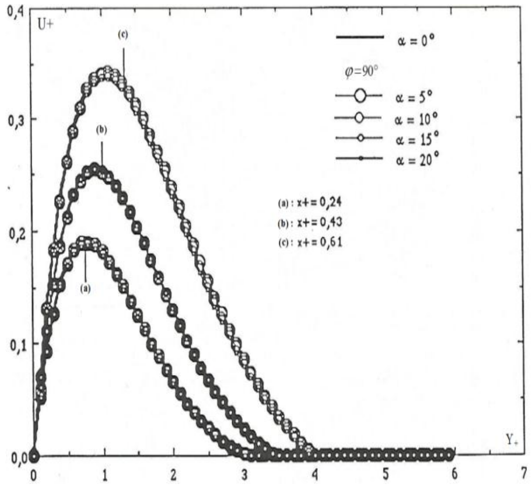


Figure 4.b : *Variations de U+ en fonction de y+, pour plusieurs valeurs de* α *,* $\varphi = 90°$ *,* $x_+ = 0.24, 0.43, 0.61$

Ces ***Figures*** confirment que l'épaisseur de la couche limite augmente avec l'abscisse curviligne et que la vitesse méridienne varie d'une valeur nulle sur la paroi à une valeur nulle à l'extérieur de la couche limite en passant par des valeurs positive au sein de celle-ci. Dans le cas d'un système dissymétrique, on s'intéresse autant sur la composante azimutale adimensionnelle W + et les ***Figures 5.a et 5.b*** confirment constamment pour $x_+ = 0,24$, l'angle d'inclinaison n'a aucune influence sur cette composante et ne dépend ainsi de cette dernière quelle que soit la valeur de y_+ ***(Figures 6.a et 6.b)***.

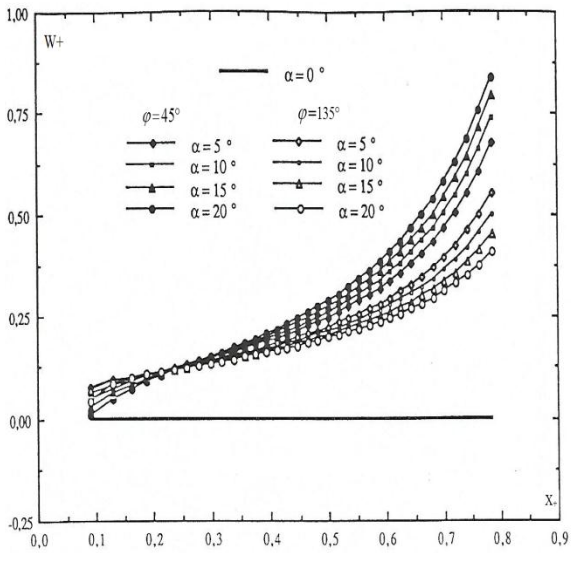


Figure 5.a : *Variations de W + en fonction de x+, pour plusieurs valeurs de* α *,* $\varphi = 45°$ *et* $135°$

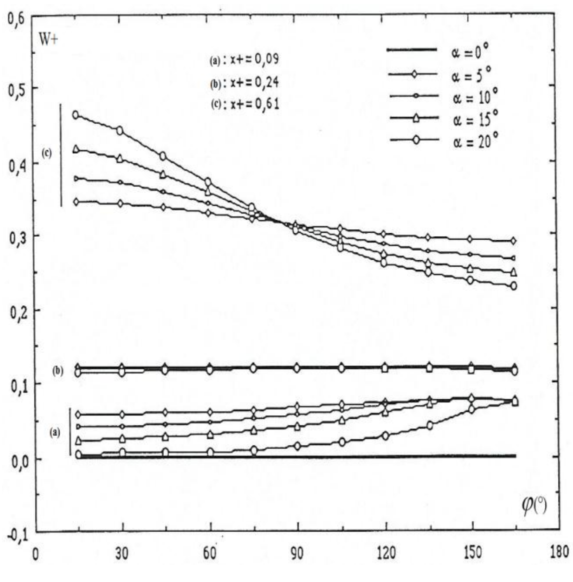


Figure 5.b : *Variations de W + en fonction de* φ *, pour plusieurs valeurs de* α *,* $x_+ = 0.09, 0.24, 0.61$

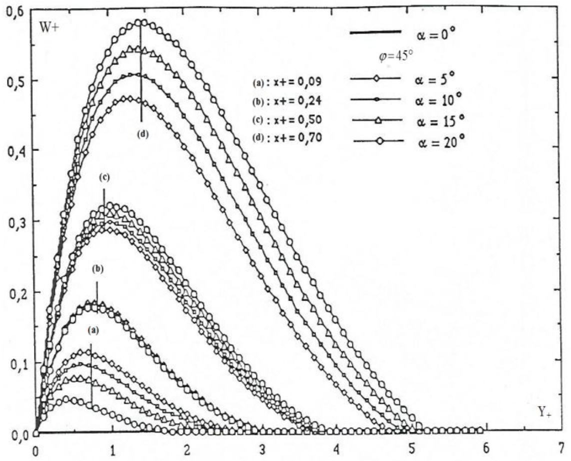


Figure 6.a : *Variations de U+ en fonction de y+, pour plusieurs valeurs de* α *,* $\varphi = 45°$ *,* $x_+ = 0.09, 0.24, 0.50, 0.70$

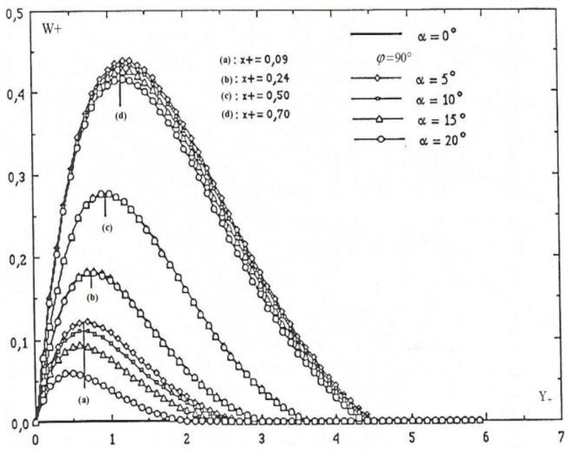


Figure 6.b : *Variations de U+ en fonction de y+, pour plusieurs valeurs de* α *,* $\varphi = 90°$ *,* $x_+ = 0.09, 0.24, 0.50, 0.70$

Toutefois, nous pouvons ajouter des remarques comme il existe un et un seul point sur la paroi de l'ellipsoïde pour lequel W+ ne dépend pas de l'inclinaison pour $x_+ \geq 0{,}24$ et de même pour $\varphi = 90°$ et $0{,}20 \leq x_+ \leq 0{,}60$ ***(Figures 6.c et 6.d).***

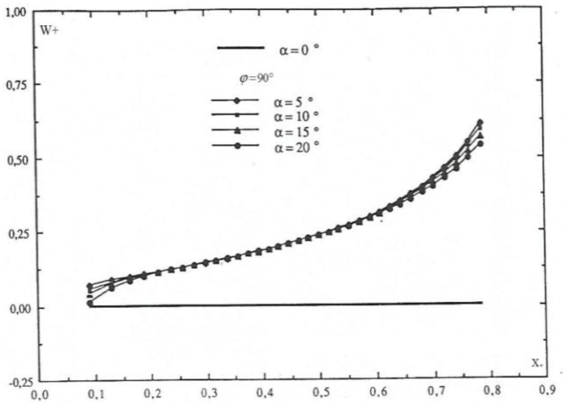


Figure 6.c : *Variations de W+ en fonction de* x_+*, pour plusieurs valeurs de* α *,* $\varphi = 90°$

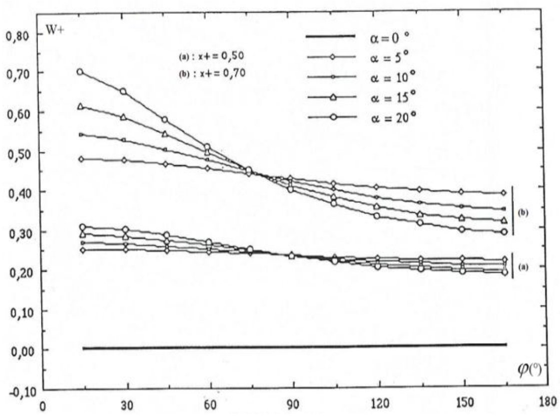
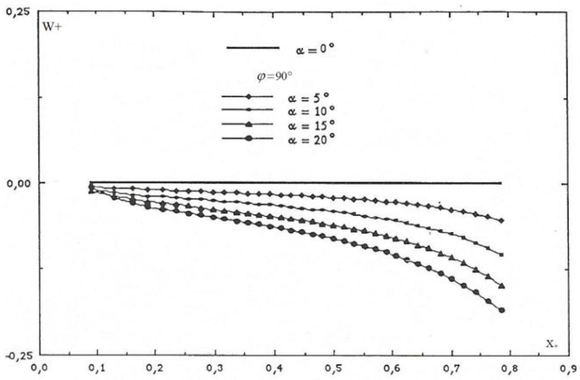
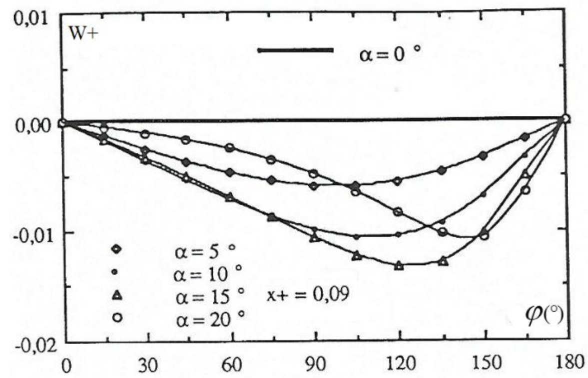
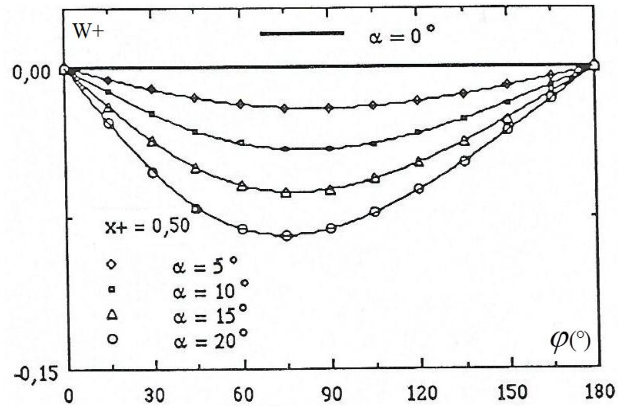


Figure 6.d : *Variations de W+ en fonction de* φ *, pour plusieurs valeurs de* α *,* $x_+ = 0.50, 0.70$

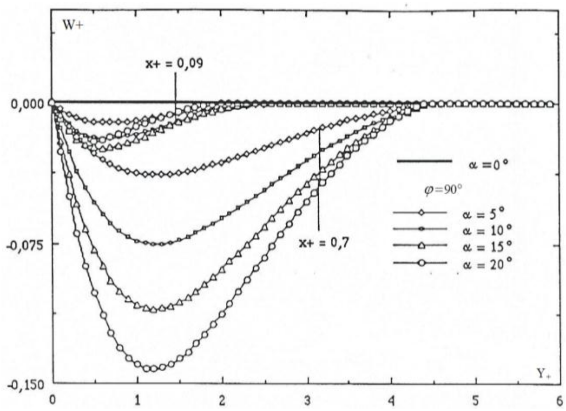




(a) *(b)*



(c)



(d)

Figure 7 : *Variations W+, pour plusieurs valeurs de α*

(a) : en fonction de x_+, φ =90° ; (b) : en fonction de φ , $x_+ = 0.09$; (c) : en fonction de φ , $x_+ = 0.50$; (d) : en fonction de y+, φ = 90°, $x_+ = 0.09$ et 0.7

Les courbes dans les ***Figures 7*** montrent, en général, que la composante W+ augmente avec α . Par ailleurs, ces allures reconfirment ainsi que, l'épaisseur de la couche limite augmente avec x_+ croissante. Les ***Figures 8.a, 8.b*** illustrent les évolutions de la composante normale adimensionnelle V+, pour plusieurs valeurs de α , φ = 0° et 180°. Les courbes correspondant à φ =0° et à 180° évoluent de part et d'autre de celle relative à l'écoulement axisymétrique (α =0°). Sur le méridien d'équation φ =90°, V+ ne dépend plus de l'inclinaison pour $0,2 \leq x_+ \leq 0,6$.

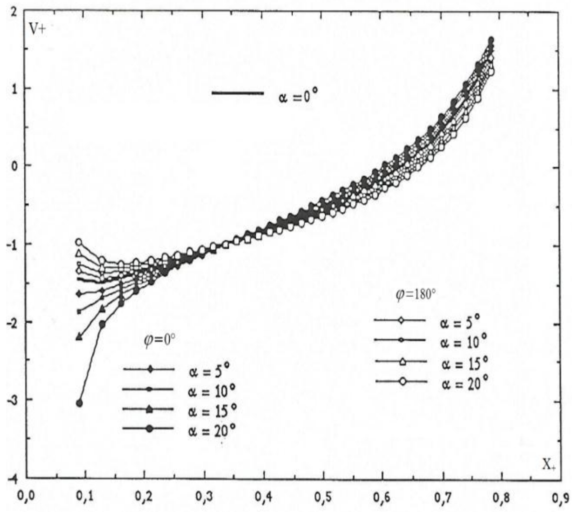


Figure 8.a : *Variations V+ en fonction de x+, pour plusieurs valeurs de α , φ = 0° et φ = 180°*

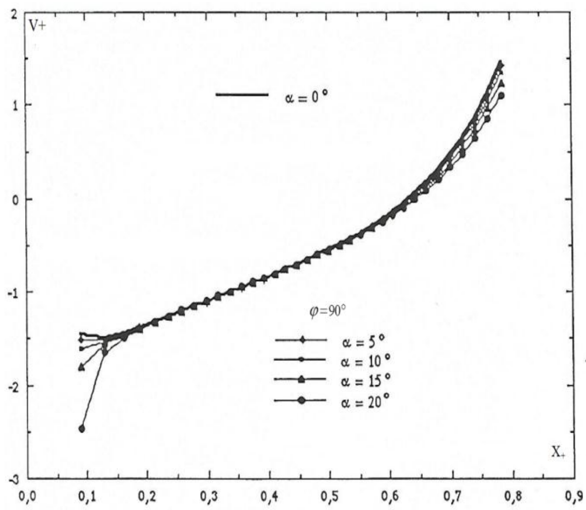
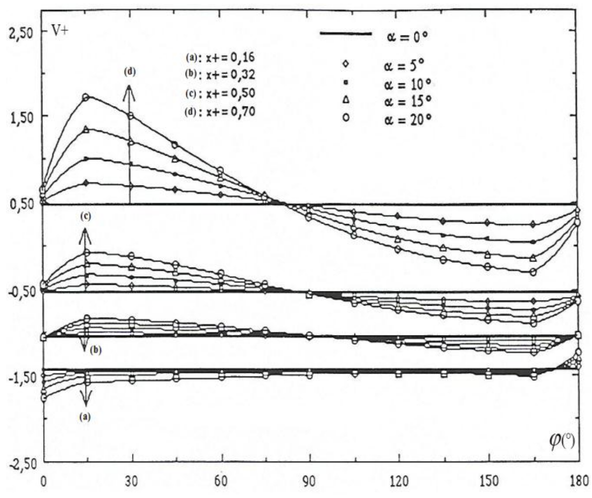
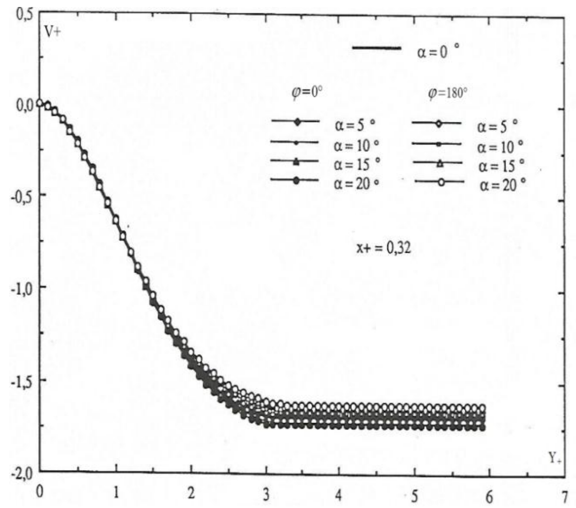


Figure 8.b : *Variations V+ en fonction de x+,pour plusieurs valeurs de α , φ = 90°*

Toutefois, V + admet un à trois points privilégiés pour une valeur fixée, par exemple $x_+ = 0.32$, alors, les points de coordonnées sont définis par ($x_+ = 0.32$, φ = 0°), ($x_+ = 0.32$, φ = 90°) et ($x_+ = 0.32$, φ = 180°) ***(Figure 9).***





(a) *(b)*

Figure 9 : *Variations V+, pour plusieurs valeurs de α*

(a) : en fonction de φ , $x_+ = 0.16, 0.32, 0.50, 0.70$; (b) : en fonction de y+, $x_+ = 0.32$, $\varphi = 0°$ et 180

Le champ des températures adimensionnelles présente les mêmes particularités que celui de U+ et les ***Figures 10.a et 10.b*** mettent en évidence, l'existence des points privilégiés sur la paroi de l'ellipsoïde pour lesquels T+ est indépendant de l'inclinaison α . On note ainsi que la température varie très peu avec α dans le plan de symétrie π_0 ***(Figure 11)***.

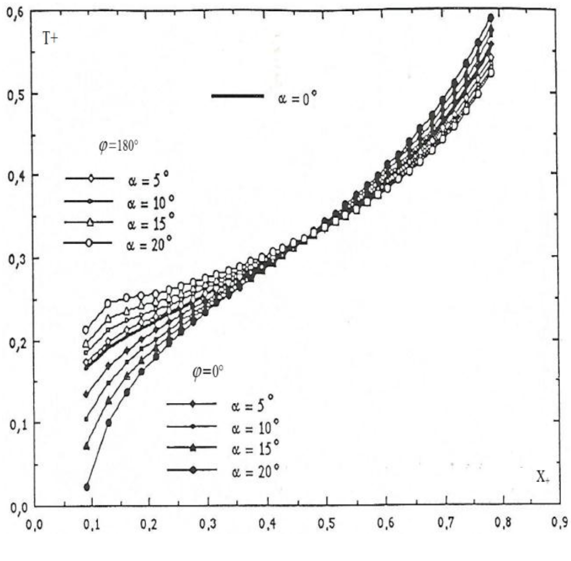


Figure 10.a : *Évolutions de T+ en fonction de x+, pour plusieurs valeurs de α , $\varphi = 0°$ et $\varphi = 180°$*

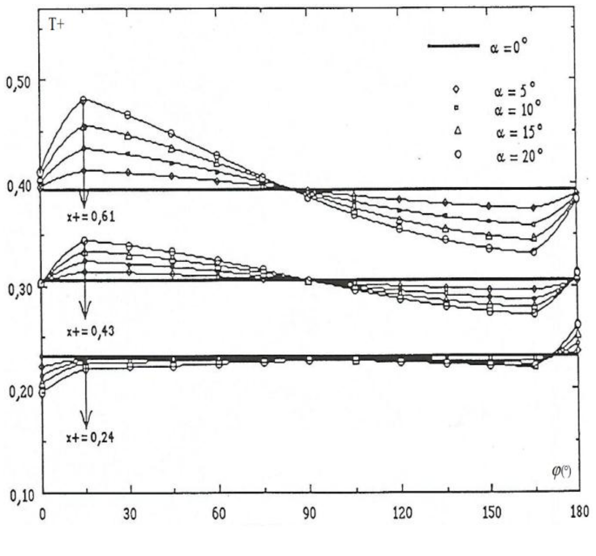


Figure 10.b : *Évolutions de T+ en fonction de φ pour plusieurs valeurs de α , x+ = 0.24, 0.43, 0.61*

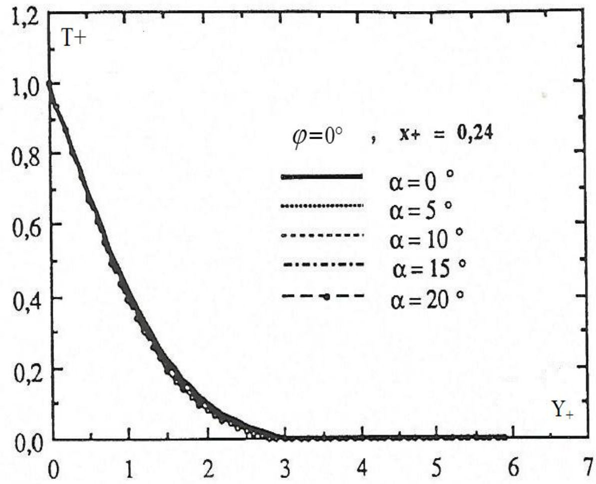


Figure 11.a : *Évolutions de T+ en fonction de y+, pour plusieurs valeurs de α , φ = 0° et x+ = 0.24*

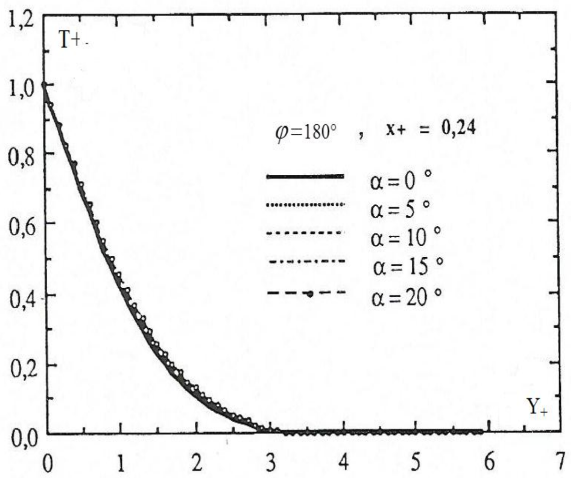


Figure 11.b : *Évolutions de T+ en fonction de y+, pour plusieurs valeurs de α , φ = 180° et x+ = 0.24*

Dans le cas de la grandeur adimensionnelle $NuG^{-\frac{1}{4}}$, on observe constamment les particularités concernant la température. En cas de présence de convection due au déplacement d'un fluide en régime laminaire, le transfert thermique s'effectuera principalement par déplacement du fluide et certes, ce nombre n'est autre que le gradient de température adimensionné à la paroi, alors que ses variations dépendent des échanges entre la paroi et le fluide. Dans notre cas, compte tenu de l'hypothèse y afférente, nous remarquons que, la quantité adimensionnelle $NuG^{-\frac{1}{4}}$ présente d'une manière régressive. Cela indique que, l'échange thermique diminue au fur et à mesure qu'on éloigne la paroi en fonction des déplacements des particules suivant les directions adimensionnelles x+ et y+. De plus, elle est indépendante de l'inclinaison α avec la direction adimensionnelle x+ sur le méridien d'équation φ = 90° ***(Figure 12)***.

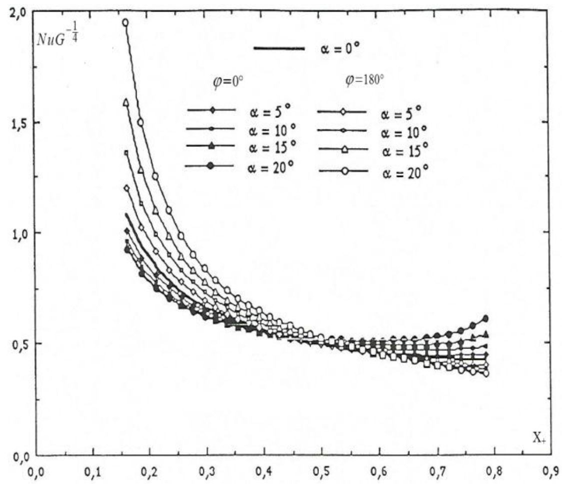


Figure 12.a : *Variations de la quantité $NuG^{-\frac{1}{4}}$ en fonction de x+, pour plusieurs valeurs de α , φ = 0° et φ = 180°*

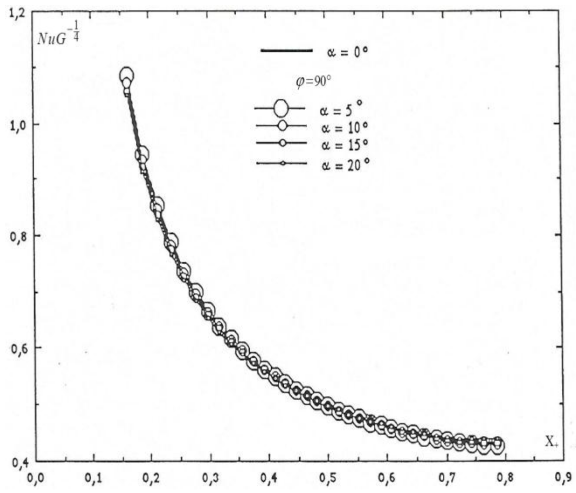


Figure 12.b : *Variations de la quantité $NuG^{-\frac{1}{4}}$ en fonction de x+, pour plusieurs valeurs de α , φ = 90°*

Les ***Figures 13.a*** et ***13.b*** représentent quelques courbes de variations des coefficients de frottements Cfu, afin de montrer l'existence de maximum annonciateurs de décollement de la couche limite. Ces points sont naturellement plus proches du pôle de l'ellipsoïde pour $\varphi = 0°$ que pour $\varphi = 180°$.

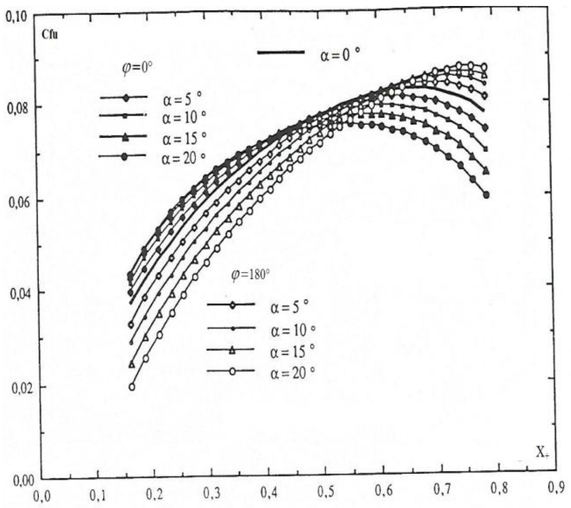


Figure 13.a : *Variations de la quantité Cfu en fonction de x+, pour plusieurs valeurs de α, $\varphi = 0°$ et $\varphi = 180°$*

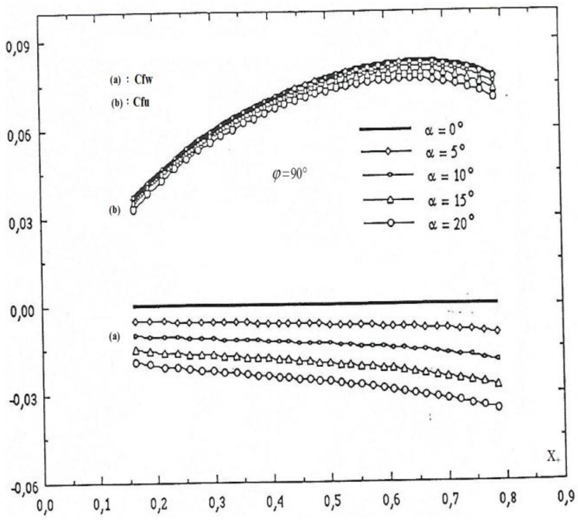


Figure 13.a : *Variations de Cfu et de Cfw en fonction de x+, pour plusieurs valeurs de α, $\varphi = 90°$*

La ***Figure 14***, représentant les variations de Cfw en fonction de φ, montre qu'il est nul dans le plan de symétrie et confirme que cette grandeur augmente en fonction de α croissant.

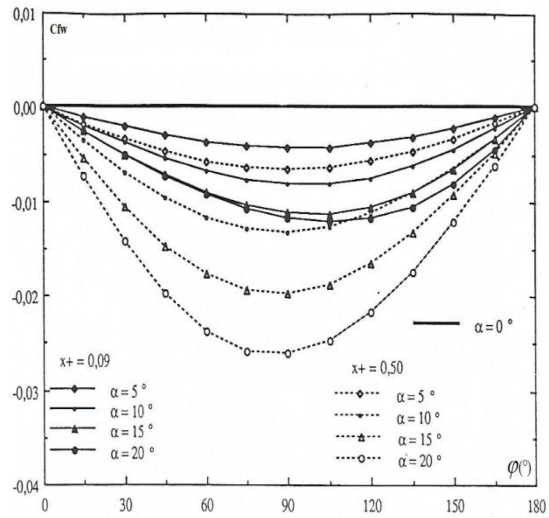


Figure 14.a : *Variations de la quantité Cfw en fonction de φ, pour plusieurs valeurs de α, x+ = 0.09 et 0.50*

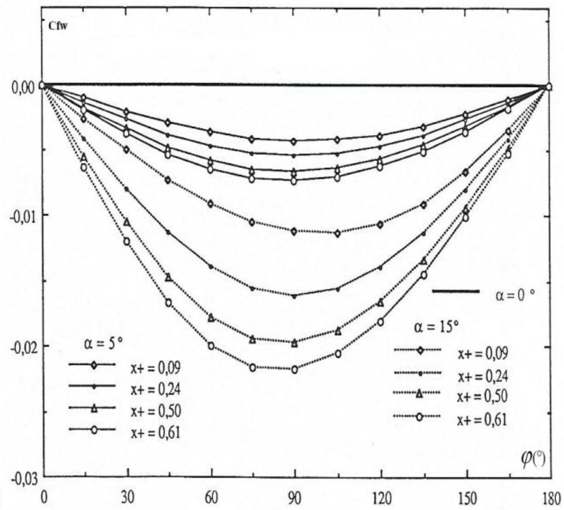


Figure 14.b : *Variations Cfw en fonction de φ, pour plusieurs valeurs de x+, $\alpha = 5°$ et $15°$*

L'augmentation de l'amplitude de cette grandeur adimensionnelle dans le pôle négatif nous confirme, qu'une forte adhérence des particules fluides à la paroi, lorsque le corps est fortement incliné.

4. Conclusion

Les systèmes de coordonnées curvilignes orthogonales liées au corps sont bien adaptés à l'étude des couches limites hydrodynamique et thermique tridimensionnelles autour d'un ellipsoïde de révolution incliné. Dans cet article, nous avons présenté les distributions des vitesses et de la température ainsi que les valeurs locales du nombre de Nusselt et des coefficients de frottements. Dans le cas d'une convection naturelle pure, il ressort dans les calculs que, sur la paroi de l'ellipsoïde, il semble exister des valeurs privilégiées des coordonnées pour lesquelles l'angle d'inclinaison influe peu sur les grandeurs dynamiques et thermiques. Leur position dépend naturellement de l'abscisse curviligne et se situe au voisinage du méridien d'équation $\varphi = 90°$. Dans ces résultats, une présence d'aspiration des particules sur le méridien inférieur, lorsque le corps est fortement incliné et ce phénomène engendre une légère perturbation. Après les analyses, on constate que l'épaisseur de la couche limite varie et dépend de l'abscisse curviligne et de l'inclinaison. Les résultats concernant la composante normale en fonction de la coordonnée normale, illustrent ses évolutions en termes d'épaisseur. Dans cet ouvrage, nous avons rapporté les effets de l'angle d'inclinaison sur ce corps, en considerant que le facteur de forme est constant. Prochainement, il serait souhaitable de prendre en compte au transfert de chaleur et d'impulsion en fonction des variations du facteur de forme et de l'inclinaison ou même couplé à un transport de matière et d'envisager des conditions aux limites instationnaires.

Références

[1] - N. SOUAD, C. MBOW, J. H. LEE, W. H. PARK, M. DAGUENET , ''Etude numérique du modèle de Boussinesq de convection naturelle transitoire dans un ellipsoide de révolution de grand axe vertical rempli d'air'' *J.H.T*, 36 (3) (1990) 224 - 233.

[2] - N. SOUAD, ''Etude numérique de la convection naturelle dans un ellipsoïde de révolution de grand axe vertical et dans un cylindre horizontal de section elliptique'', inist, *Thèse de doctorat*, Université de Perpignan, France, (1996).

[3] - E. ALIDINA, '' Contribution à l'étude des écoulements tridimensionnels laminaires et permanents autour d'ellipsoïde de révolution : Ecoulement d'un fluide parfait et convection mixte d'un fluide newtonien en couche limite'', *Thèse de doctorat d'Etat*, Université d'Antananarivo, Madagascar, (1997).

[4] - Y. MOCHIMARU, '' Numerical Simulation of Natural Convection in a Cavity of an Ellipsoid of Revolution, using a Spectral Finite Difference Method'', *Fourteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, India, 453 (2005) 485-489.

[5] - A. ALI CHERIF, A. DAÏF, M. RAKOTOMALALA, M. DAGUENET, ''Contrôle hydrodynamique en convection mixte de l'épaisseur de dépôt en phase gazeuse de semi-conducteur sur des corps à symétrie de révolution'', *CJCE*, 73 (6) (1995) 98 - 917.

[6] - A. WATSON, G. POOTS,'' On steady laminar free convection due to a heated ellipsoid of revolution'', *IJHT*, 15(8) (1972) 1467 - 1475.

[7] - G. D. MCBAIN,'' Creeping convection in a horizontally heated ellipsoid'', 20th Australasian Fluid Mechanics conference, *Memjet*, Australia (2016) 1 - 15.

[8] - OLUMUYIWA A. LASODE,'' Mixed convection heat transfer in rotating vertical elliptic ducts'', *J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng.,* Rio de Janeiro, 29 (2), (2007) 142 - 151.

[9] - W.D. MORRIS,'' Laminar convection in a heated vertical tube rotating about a parallel axis'', *J. Fluid Mech.*, 21 (3) (1965) 453 - 464.

[10] - W. D. MORRIS,'' heat transfer and fluid flow in rotating coolant channels'', RSP, John Wiley and sons, (1981).

[11] - A SHAPIRO, K. M. KANAK, *'' Vortex formation in ellipsoidal thermal bubbles''*, *JAS*, 59 (2002) 2253 - 2269.

[12] - F. N. LIN, B. T. CHAO, ''Laminar Free Convection Over Two-Dimensional and Axisymmetric Bodies of Arbitrary Contour'', *IJHT*, 96 (4) (1974) 435 - 442.

[13] - X. XIA, D. LI, X. YANG, ''Natural convection of low pressure gas in ellipsoidal enclosure induced by combined thermal condition'', *Acta Aeronautica-Astronautica Sinica,* Hangkong Xuebao, 31 (3) (2010) 453 - 458.

[14] - M. MEDVINSKY, E. TURKEL, U. HETMANIUK,'' Local absorbing boundary conditions for elliptical shaped boundaries'', *J.C.P*, 227 (18) (2008) 8254 - 8267.

[15] - ABEL, R. M. WAHED, A. E ATTIA, M. A. HIFNI, ''Experiments on laminar flow and heat transfer in as elliptic duct", *IJHT*, 27 (12) (1984) 2397 - 2411.

[16] - I. K. ADEGUN, ''analytical study of convective heat transfer in inclined elliptic ducts'', *M. Eng Thesis*, University of Ilorin, Nigeria, (1992).

[17] - S. J. D. D'ALESSIO, R. N. PERERA, ''Unsteady free convection from elliptic cylinders at large Grashof numbers'', *IJHT*, 52 (2009) 5940 - 5953.

[18] - L. ELLIOT, "Free convection on a two-dimensional or axisymmetric body", *Q. J. Mech. Appl. Math*, 23 (1970) 153 - 162.

[19] - V. N. KURDYUMOV, A. LINAN,'' Free convection from a point source of heat, and heat transfer from spheres at small grashof numbers'', *I.J.H.T*, 42 (1999) 3849 - 3860.

[20] - R. N. PERERA, "Unsteady free convection from elliptic tubes at large Grashof numbers", *M. Math. Thesis*, University of Waterloo, Ontario, (2008).

[21] - M. K. JAMAN, M. A. HOSSAIN, "Fluctuating free convection flow along heated horizontal circular cylinders", *Int. J. Fluid Mech. Res*, 36 (2009) 207 - 230.

[22] - M. K. JAMAN, M. A. HOSSAIN,'' Effect of Fluctuating Surface Temperature on Natural Convection Flow Over Cylinders of Elliptic Cross Section", *OTPJ*, 2 (2010) 35 - 47.

[23] - J. H. MERKIN, "Free convection boundary layers on cylinders of elliptic cross section", *ASME JHT*, 99 (1977) 453 - 457.

[24] - P. KUMAR, S. ROUT, P. S. NARAYAN, "Laminar natural convection boundary layers over bodies of arbitrary contour with vectored surface mass transfer", *Int. J. Eng. Sci.,* 10 (1989) 1241 - 1252.