

## **Étude analytique du fonctionnement annuel d'un puits provençal pour la détermination des différences de température, des flux thermiques et des périodes de refroidissement dans une habitation à Ouagadougou**

**Boureima KABORE\*, Sié KAM, Amadou KONFE et Dieudonné Joseph BATHIEBO**

*<sup>1</sup> Université Ouaga I Pr Joseph KI-ZERBO, UFR-SEA, Département de Physique, Laboratoire d'Energies Thermiques Renouvelables (LETRE), 03 BP 7021, Burkina Faso*

---

\* Correspondance, courriel : [kaboueim@gmail.com](mailto:kaboueim@gmail.com)

### **Résumé**

L'utilisation d'un échangeur air-sol, appelé parfois « puits provençal » lorsqu'il sert à rafraîchir une habitation, connaît un développement important depuis quelques années. Dans ce travail, nous avons étudié le fonctionnement annuel d'un échangeur air-sol à l'aide d'une modélisation analytique. Nous avons d'abord rappelé l'expression analytique qui traduit l'évolution de la température de l'air le long de l'échangeur. Puis, nous avons déterminé l'évolution mensuelle des températures d'entrée et de sortie du puits au cours de la période météorologique 1992-2001 à Ouagadougou. Cela nous a permis de déterminer les flux thermiques, puis de dégager les périodes de refroidissement et de chauffage.

**Mots-clés :** *analytique, échangeur air-sol, puits provençal, refroidissement.*

### **Abstract**

**Analytical study of the yearly operation of Provençal well in order to determinate the temperatures difference, thermal flow and cooling periods in a house in Ouagadougou**

The use of air-soil heat exchanger, sometimes called "Provençal well" when it used to cool a home, has an important development in recent year. In this work, we studied the yearly operation of air-soil exchanger using analytical modeling. We first noted the analytical expression that reflects changes in air temperature along the exchanger. Then, we determined the monthly changes in input and outlet temperatures of the well during the weather period 1992-2001 in Ouagadougou. This allowed us to determine thermal flows, then to identify the periods of cooling and heating.

**Keywords :** *analytical, air-soil exchanger, provençal well, cooling.*

### **1. Introduction**

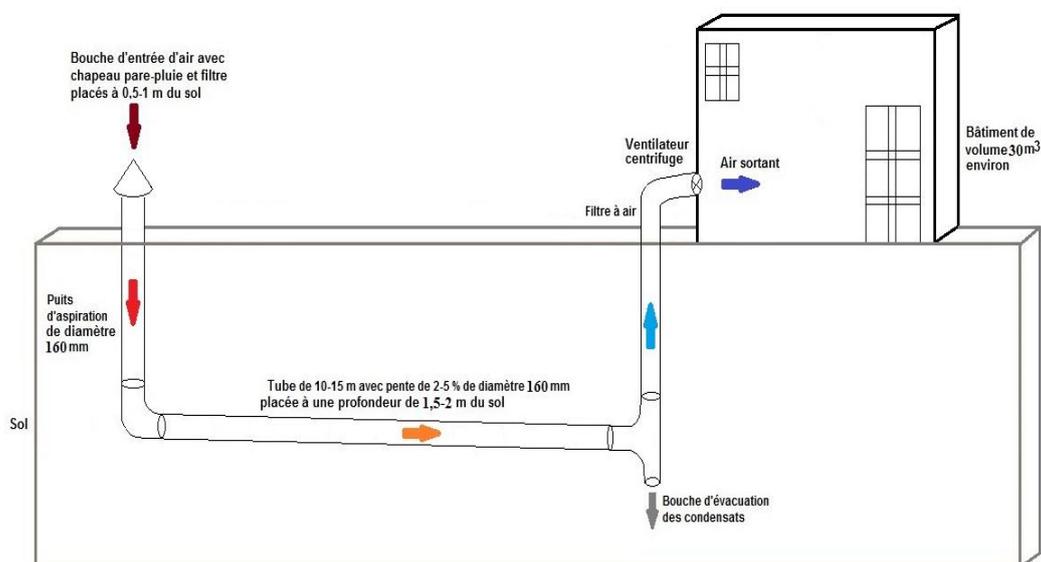
La zone sahélienne se caractérise par une très forte température, une grande partie de l'année. L'humidité de l'air y est faible. Pour s'offrir la fraîcheur durant les mois de mars, avril et mai, on a recours à la climatisation électrique qui est chère et difficilement accessible. L'utilisation des puits climatiques pour la

climatisation des habitations serait une alternative. Nous utilisons la modélisation analytique par transformée de Fourier [1] pour étudier le fonctionnement annuel d'un puits provençal sur la base de la période météorologique 1992 à 2001 à Ouagadougou en pas horaire [2]. Premièrement, nous présenterons le système étudié. Ensuite, nous définirons le matériel et la méthode de travail. Puis, nous modéliserons le problème. Enfin, nous présenterons et analyserons les résultats.

## 2. Matériel et méthodes

### 2-1. Présentation du système

Il s'agit d'un échangeur air-sol monotube cylindrique (*Figure 1*) qui va être construit dans la ville de Ouagadougou pour la climatisation d'une habitation.



**Figure 1 : Géométrie simplifiée du puits provençal étudié**

[1] a établi des règles simples pour le dimensionnement des échangeurs air-sol. La dynamique de l'échange et l'influence des différentes caractéristiques physiques du sol et de l'air sur cet échange sont étudiées dans un cas idéal : un seul tube enfoui dans le sol.

### 2-2. Matériel

Pour cette étude, nous avons recueilli des données météorologiques de la station de Ouagadougou au près de la Direction Générale de la Météorologie du Burkina Faso. Ces données sont des températures horaires pour la période 1992 à 2001 [2]. Le sol considéré est sableux sec, avec pour conductivité thermique  $\lambda_s = 0,4 \text{ W / K / m}$  ; capacité massique  $C_s = 1,45 \text{ MJ / K / m}^3$  [3].

### 2-3. Méthodes

Nous utilisons la modélisation analytique par transformée de Fourier [1] pour étudier le fonctionnement mensuel de notre système sur la base de la période météorologique 1992 à 2001 à Ouagadougou en pas horaire [2].

## 2-4. Modélisation mathématique

### 2-4-1. Description du modèle

Le modèle consiste à trouver à partir des **Équations** de bilan énergétique, l'expression analytique qui traduit l'évolution de la température  $T_a$  [°C] de l'air le long de l'échangeur. Les échanges thermiques en jeux sont représentés par un système de trois équations régissant respectivement la diffusion dans le sol, l'échange convectif air-tube et le couplage entre les deux au niveau du tube [1] :

$$a_s \left( \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) = \frac{\partial T_s}{\partial t} \quad (1)$$

$$c_a \dot{m}_a \left( \frac{\partial T_a}{\partial x} + \frac{1}{v_a} \frac{\partial T_a}{\partial t} \right) = 2\pi r_0 h_a (T_s|_{r=r_0} - T_a) \quad (2)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = h_a (T_s|_{r=r_0} - T_a) \quad (3)$$

où, la diffusivité du sol  $a_s$  [ $m^2 / s$ ] est reliée aux propriétés conductive  $\lambda_s$  [ $W / K / m$ ] et capacitive  $c_s$  [ $J / K / kg$ ] du sol :

$$a_s = \frac{\lambda_s}{c_s \rho_s} \quad (4)$$

et la vitesse  $v_a$  [ $m / s$ ] de l'air est reliée à son débit massique  $\dot{m}_a$  [ $kg / s$ ], à sa masse volumique  $\rho_a$  [ $kg / m^3$ ] et au rayon du tube  $r_0$  [ $m$ ] par :

$$v_a = \frac{\dot{m}_a}{\rho_a r_0^2} \quad (5)$$

### 2-4-2. Hypothèses simplificatrices

Le puits canadien, qui va être modélisé, possède les caractéristiques suivantes :

- Une entrée d'air verticale située entre la surface du sol et le niveau d'enfouissement du puits ;
- Une canalisation disposée horizontalement sous la terre à une profondeur donnée ;
- Une sortie d'air verticale située entre le niveau d'enfouissement du puits et la surface du sol ;
- Le débit d'air à l'intérieur du tube est identique ;
- Les dimensions et propriétés physiques sont identiques ;
- La diffusion de chaleur longitudinale est négligée devant la diffusion radiale ;
- Le tube est considéré d'épaisseur nulle et n'entre pas en considération dans le calcul thermique ;
- Le sol environnant présente des propriétés thermiques homogènes et identiques ;
- Le sol est parfaitement isolé en sa surface (adiabatique) ;
- Les éventuels échanges latents ne sont pas pris en compte, ce qui revient à dire qu'il n'y a pas d'infiltration dans le tube. De même l'échauffement de l'air par frottement (pertes de charges) est négligé.

### 2-4-3. Solution périodique

Le problème périodique est défini par une température d'entrée sinusoïdale [4] :

$$T_a \Big|_{x=0} = \theta_{a0} \cos(\omega t) \quad (6)$$

$x$  [m] représente la longueur du tube,  $\theta_{a0}$  [K] est l'amplitude de la température de l'air à l'entrée du tube et  $\omega$  [rad/s] la fréquence angulaire du signal sinusoïdal.

#### 2-4-3-1. Découplage espace / temps et notation complexe

La recherche d'une solution périodique passe par la notation complexe :

$$T_a = R_e \left[ \theta_a^*(x) \exp(i\omega t) \right] \quad (7)$$

$$T_s = R_e \left[ \theta_s^*(x) \Gamma_s^*(r) \exp(i\omega t) \right] \quad (8)$$

A la limite de la couche de terrain disponible, nous considérons une condition aux bords adiabatique :

$$\theta_a^* \Big|_{x=0} = \theta_{a0} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Gamma_s^*}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = 0 \quad (10)$$

Avec  $R_0$  [m] le rayon du tube cylindrique + sol ou encore profondeur du sol.  $\theta_s^*$  [K] est l'amplitude complexe de la température du sol et  $\theta_a^*$  [K] l'amplitude complexe de la température de l'air.  $\Gamma_s^*$  [-] représente l'amplitude complexe de la température radiale du sol et  $r$  [m] son rayon à chaque instant  $t$  [s].

#### 2-4-3-2. Solution longitudinale

$$\theta_a^*(x) = \theta_{a0} \exp\left(-i\omega \Delta t - \frac{2\pi r_0}{c_a \dot{m}_a} \frac{h_a h_\Gamma^*}{h_a + h_\Gamma^*} x\right) \quad (11)$$

$h_a$  [W/K/m<sup>2</sup>] est le coefficient d'échange convectif air-tube et  $h_\Gamma^*$  [W/K/m<sup>2</sup>] est le coefficient diffusif de déphase thermique du sol.  $\Delta t$  [s] représente le temps nécessaire au flux d'air pour parcourir la distance  $x$  :

$$\Delta t = \frac{x}{v_a} \quad (12)$$

#### 2-4-3-3. Solution complète

La solution complète du problème définie par l'Équation (7), s'obtient en prenant la partie réelle de l'Équation (11). Et cela, après décomposition formelle du couplage entre  $h_\Gamma^*$  et  $h_a$  :

$$\frac{h_a h_\Gamma^*}{h_a + h_\Gamma^*} = h + ik \tag{13}$$

où,  $h$  [ $W/K/m^2$ ] et  $k$  [ $W/K/m^2$ ] représentent respectivement le coefficient total de transfert thermique et le coefficient total de déphasage thermique.

Nous obtenons pour la température de l'air une solution qui fait explicitement apparaître l'amortissement exponentiel et le déphasage du signal d'entrée [1] :

$$T_a(x, t) = \theta_{a0} \exp\left(-\frac{2\pi r_0}{c_a \dot{m}_a} hx\right) \bullet \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v_a}\right) - \frac{2\pi r_0}{c_a \dot{m}_a} kx\right) \tag{14}$$

**2-4-4. Modélisation par transformée de Fourier**

Pour une température d'entrée de période  $\tau_0$  [s] (p.ex. annuelle) donnée à pas de temps  $\Delta t$  (p.ex. horaire), le signal d'entrée peut se décomposer comme suit :

$$T_a(x = 0, t) = \theta_0 + \sum_{i=1}^{n/2} \theta_i \bullet \cos(\omega_i t + \varphi_i) \tag{15}$$

avec,

$$\omega_i = \frac{2\pi}{\tau_0} \bullet i \tag{16}$$

$$n = \frac{\tau_0}{\Delta t} \tag{17}$$

Où les amplitudes et déphasages sont obtenus par transformée de Fourier. Sous l'hypothèse d'un débit d'air constant, l'évolution de la température le long du tube est alors directement donnée par superposition de solutions du type de **l'Équation (14)**:

$$T_a(x, t) = \theta_0 + \sum_{i=1}^{n/2} \theta_i \bullet \exp\left(-\frac{2\pi r_0}{c_a \dot{m}_a} h_i x\right) \bullet \cos\left(\omega_i t + \varphi_i - \frac{2\pi r_0}{c_a \dot{m}_a} k_i x\right) \tag{18}$$

Une fois l'analyse de Fourier du signal d'entrée effectuée, **l'Équation (18)** est mise en œuvre sur un tableur EXCEL [6], permettant d'étudier le comportement du système durant chaque mois de l'année.

**2-4-5. Détermination de la différence de température et du flux thermique récupérable**

La différence de température  $\Delta T$  [ $^{\circ}C$ ] ou [K] entre l'air à l'entrée et l'air à la sortie du tube est donnée par :

$$\Delta T = T_{ext} - T_{sortie} \tag{19}$$

Le flux thermique  $\phi$  [Wh] récupérable par l'échangeur est donné par :

$$\phi = -h_{air} S_{tube} \Delta T \quad (20)$$

Si  $\phi < 0$ , alors il s'agit d'une période de refroidissement. Si non c'est une période de chauffage. La surface d'échange thermique du tube  $S_{tube}$  [m<sup>2</sup>] est donnée par :

$$S_{tube} = 2\pi R_{tube} L_{tube} \quad (21)$$

Le coefficient d'échange convectif air-tube  $h_{air}$  [W / K / m<sup>2</sup>] est donnée par [7] :

$$h_{air} = \frac{Nu_{air} \lambda_{air}}{2 R_{tube}} \quad (22)$$

Le nombre de Nusselt de l'air  $Nu_{air}$  [-] est donné par [7] :

$$Nu_{air} = 0,214(Re^{0,8} - 100) Pr^{0,4} \frac{\lambda_a}{2 R_{tube}} \quad (23)$$

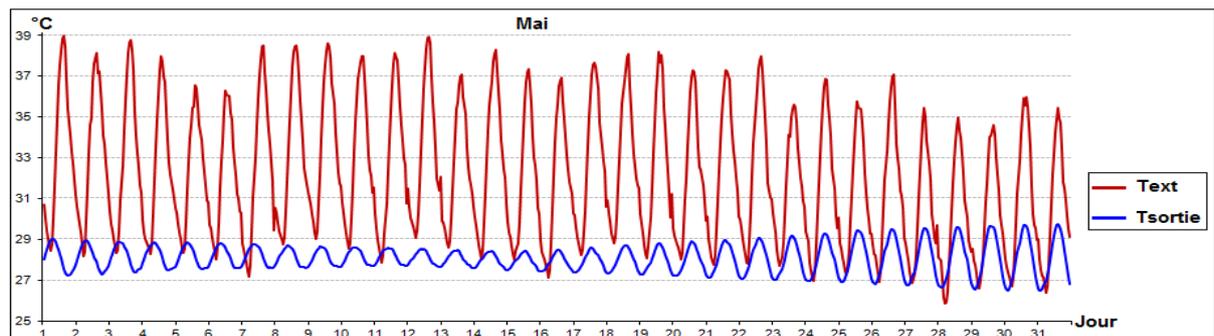
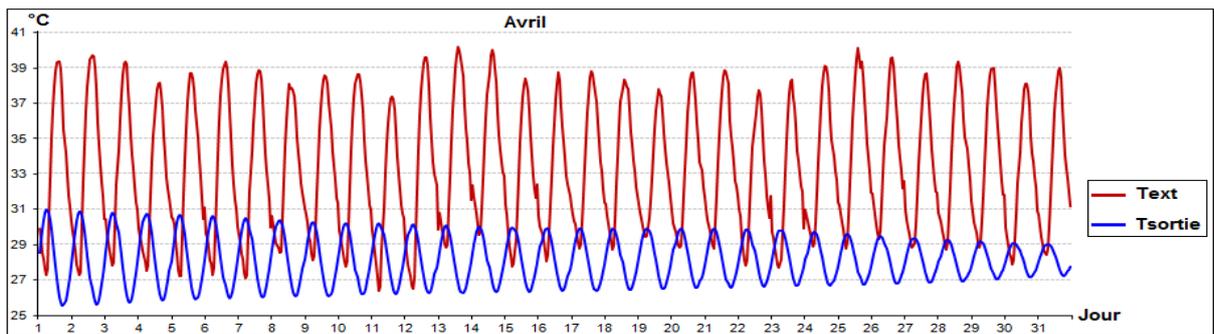
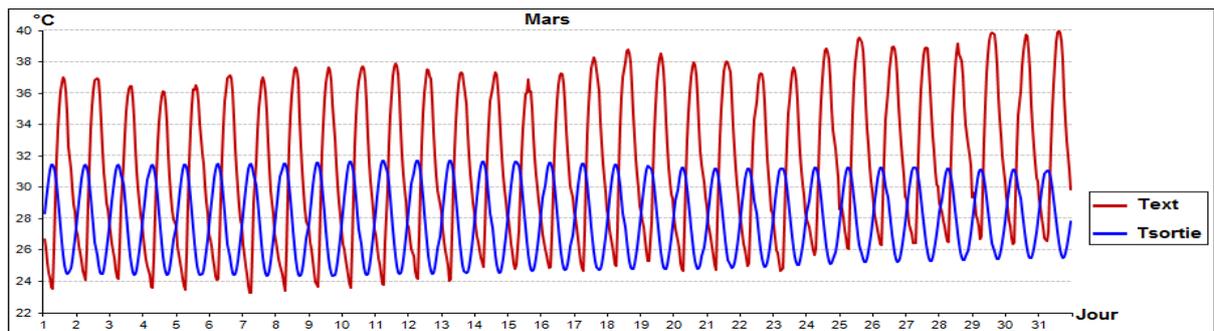
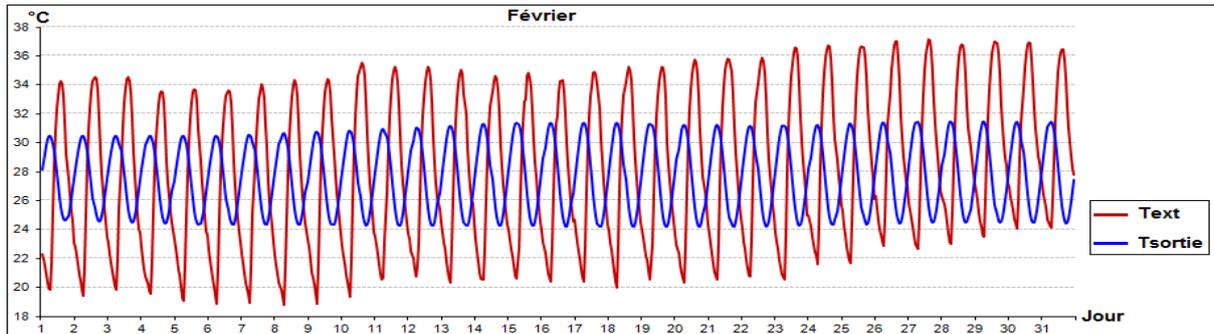
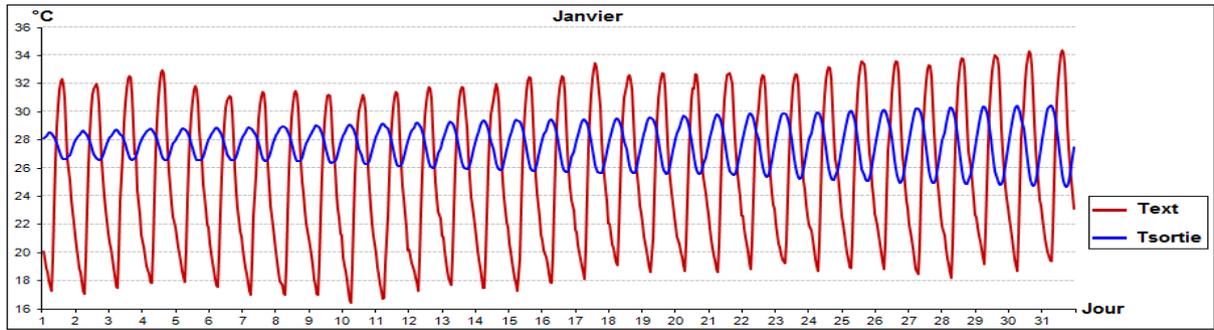
avec,  $R_{tube}$  [m] : le rayon du tube ;  $L_{tube}$  [m] : la longueur du tube ;  $T_{ext}$  [°C] : la température de l'air à l'extérieur du puits ;  $T_{sortie}$  [°C] : la température de l'air à la sortie du puits ;  $\lambda_{air}$  [W/K] : la conductivité thermique de l'air ;  $Re$  [-] : le nombre de Reynolds ;  $Pr$  [-] : le nombre de Prandtl.

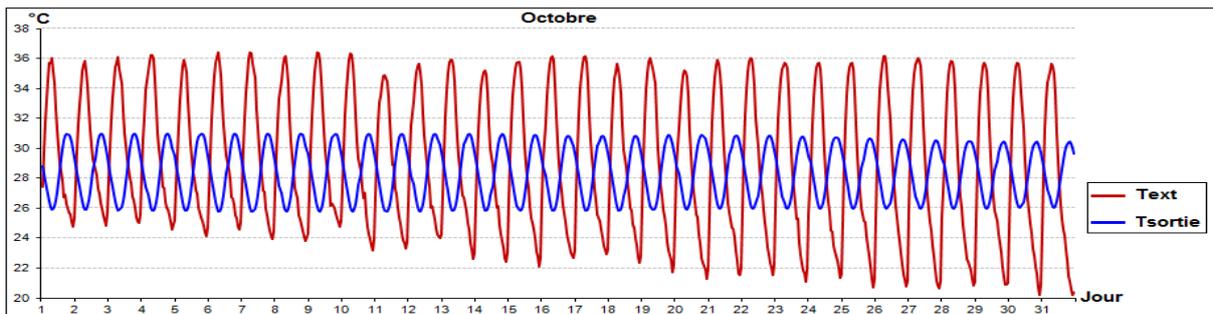
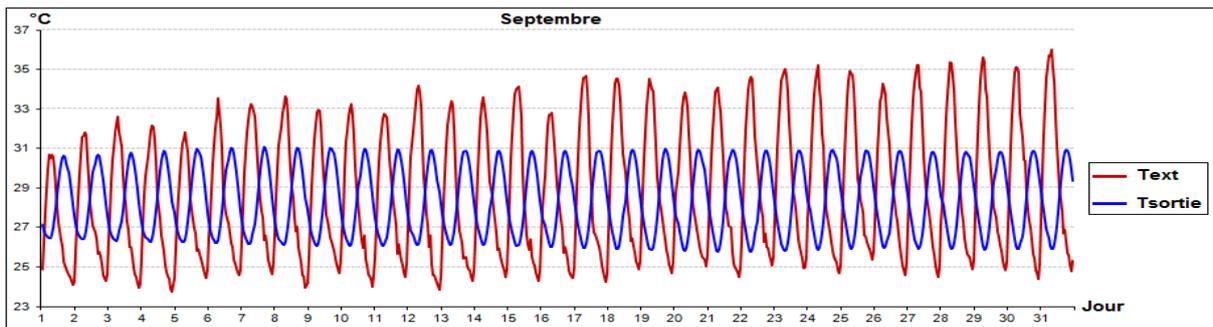
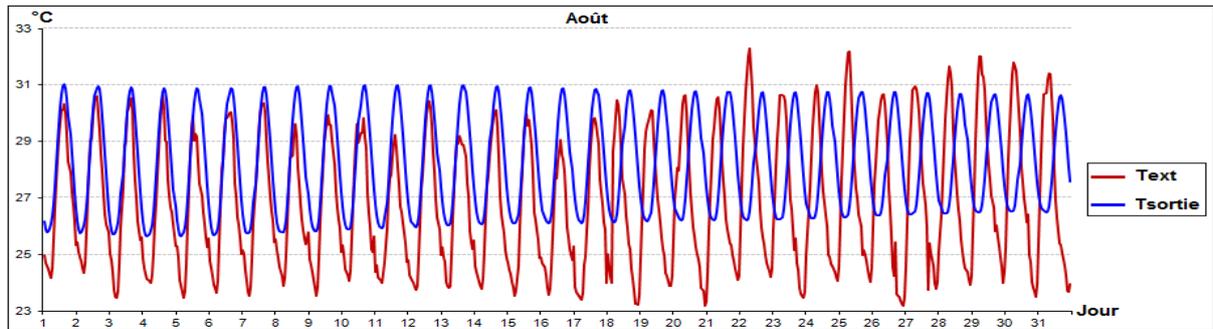
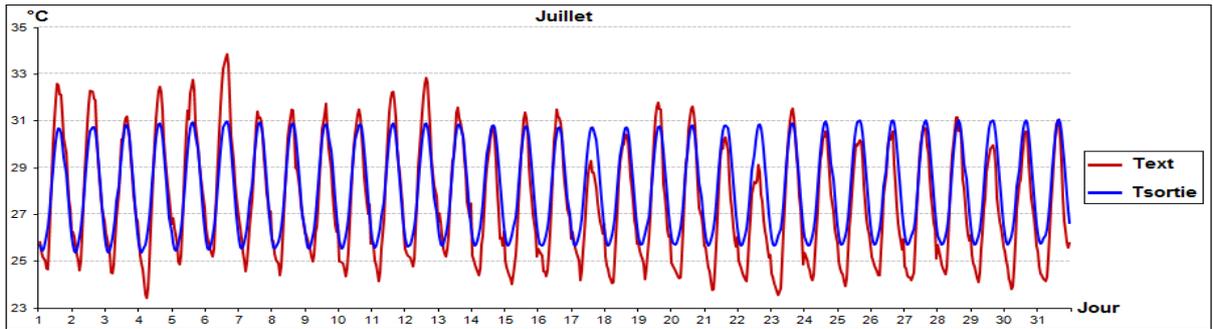
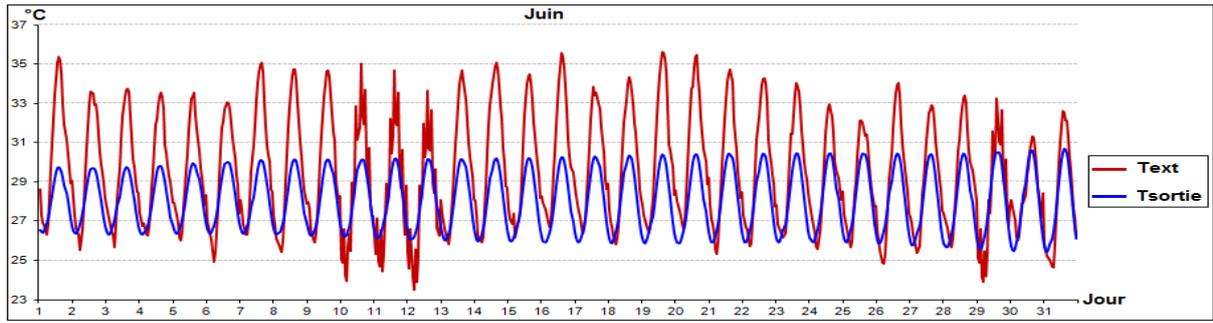
### 3. Résultats et discussion

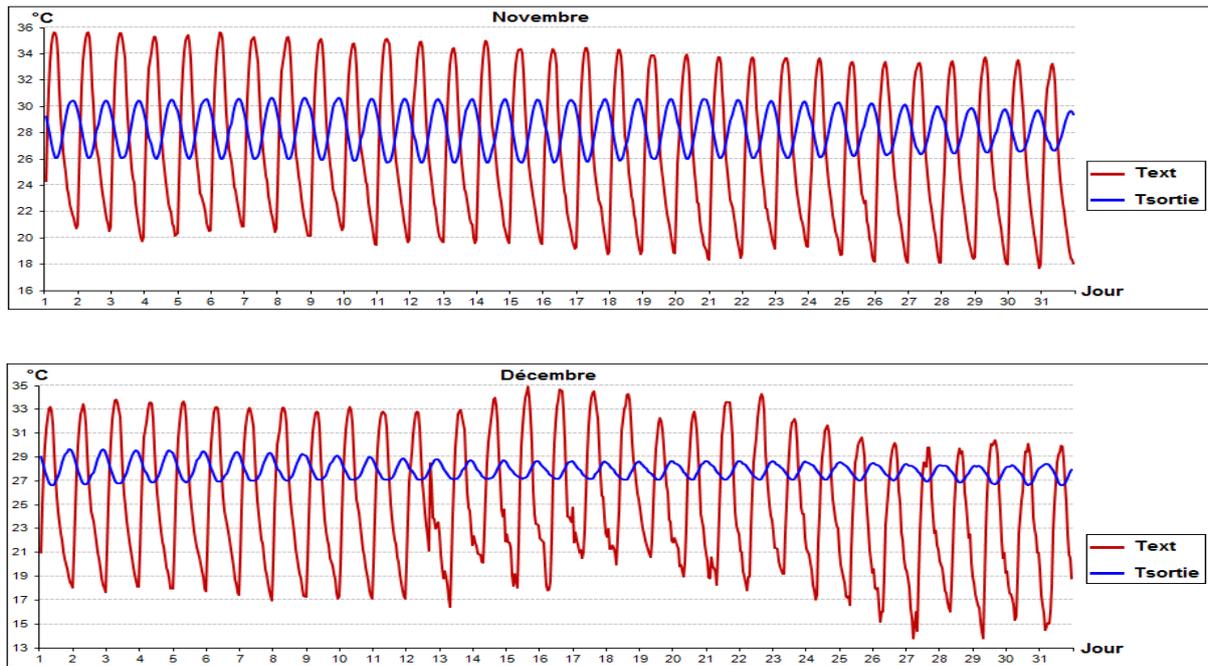
Nous appliquons la modélisation par transformée de Fourier, au fonctionnement de notre système. Pour cette étude, nous fixons le rayon du tube à 0,1 m, la longueur du tube à 50 m, le débit d'air à 100 m<sup>3</sup>/h et le nombre de fréquence à 100. Nous obtenons à partir du tableur EXCEL [6] : le nombre de Reynolds  $Re = 11054$  ; le nombre de Prandtl  $Pr = 0,707$  ; le nombre de Nusselt  $Nu_{air} = 30,1$  ; la conductivité thermique de l'air  $\lambda_{air} = 0,02639$  W/K/m ,  $S_{tube} = 31,42$  m<sup>2</sup> et  $h_{air} = 3,97$  W/K/m<sup>2</sup>.

#### 3-1. Évolution des températures horaires d'entrée et de sortie de l'air de janvier à décembre pour la période 1992 à 2001

La **Figure 2** suivante présente pour la période 1992-2001, l'évolution des températures d'entrée et de sortie de l'air.







**Figure 2 :** Évolution des températures d'entrée et de sortie de l'air de janvier à décembre pour la période 1992 à 2001

### 3-2. Détermination des différences de température, des flux thermiques et des périodes de refroidissement dans une habitation à Ouagadougou

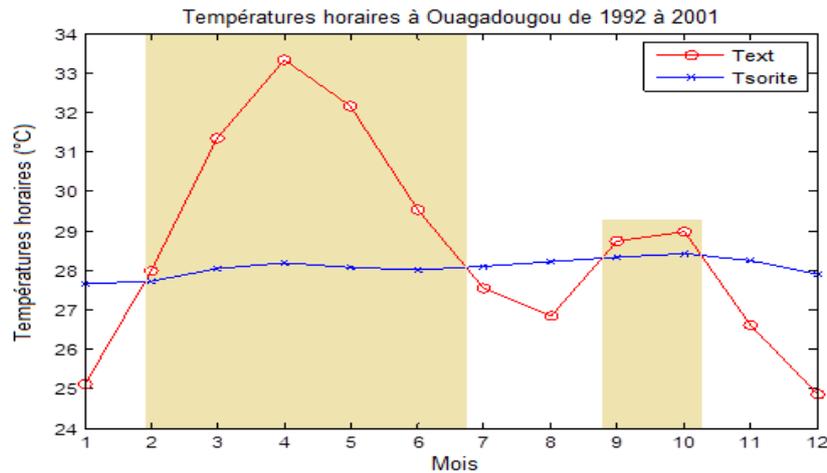
Le **Tableau 1** suivant présente les températures horaires extérieures, les températures horaires de sortie, les différences de température, les flux thermiques récupérables et les périodes de refroidissement.

**Tableau 1 :** Températures horaires, différences de température, flux thermiques et périodes de refroidissement et de chauffage dans une habitation à Ouagadougou

	Jan.	Fév.	Mar.	Avr.	Mai	Jui.	Juil.	Aoû.	Sep.	Oct.	Nov.	Déc.
$T_{ext}(^{\circ}C)$	25,12	27,98	31,34	33,33	32,18	29,53	27,55	26,84	28,76	28,99	26,62	24,86
$T_{sortie}(^{\circ}C)$	27,68	27,72	28,05	28,19	28,07	28,03	28,10	28,22	28,34	28,42	28,25	27,89
$\Delta T(^{\circ}C)$	- 2,56	+ 0,26	+ 3,29	+ 5,14	+ 4,11	+ 1,50	- 0,55	- 1,38	+ 0,42	+ 0,57	- 1,63	- 3,03
$\phi$ (Wh)	319,33	- 32,43	- 410,39	- 641,15	- 512,67	- 187,11	68,61	172,14	- 52,39	- 71,10	203,32	377,95
Mode	C	R	R	R	R	R	C	C	R	R	C	C

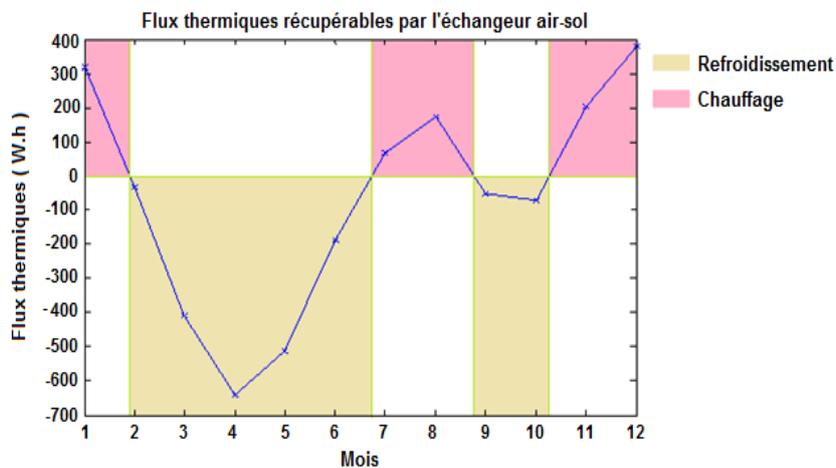
*C : Chauffage ; R : Refroidissement.*

D'après le **Tableau 1**, les températures de sortie de l'air du puits provençal varient entre 27,5°C et 28,5°C chaque année. Ce **Tableau** montre qu'il y'a globalement dans l'année, sept (07) mois durant lesquels notre système refroidit une habitation à Ouagadougou et cinq (05) mois de chauffage. Le mois au cours duquel le refroidissement est plus important est avril (avec une baisse de 5,14°C). Avril est aussi le mois le plus chaud (33,33°C). Le mois durant lequel le chauffage est plus élevé est décembre (avec une augmentation de 3,03°C). Décembre est aussi le mois le plus froid (24,86°C). Les périodes de refroidissement sont données par la **Figure 3** ci-dessous.



**Figure 3 :** Évolution de la température horaire de l'air à l'entrée et à la sortie du puits à Ouagadougou de 1992 à 2001

De façon précise, les périodes de refroidissement sur la **Figure 3** sont : février, mars, avril, mai, juin, septembre et octobre. Les périodes de chauffage sont : Juillet, août, novembre, décembre et janvier. Ainsi, il y'a environ 210 jours de refroidissement par an, soit 57 % de l'année. Un système de by-pass permet de ne pas utiliser le puits durant les périodes de chauffage. Il peut, en effet, être plus intéressant de prendre directement l'air extérieur sans passer par le puits canadien. C'est à cet instant qu'entre en action le relais by-pass commandé par une sonde thermique extérieure [5]. La **Figure 4** présente la quantité de chaleur échangée entre l'air et le sol au cours de l'année. Le flux thermique est considéré constant par durée de 1 h.



**Figure 4 :** Évolution du flux thermique annuel récupérable par l'air dans un puits climatique à Ouagadougou de 1992 à 2001

La **Figure 4** montre que durant les périodes chaudes, l'air récupère dans le sol des flux thermiques compris entre -32,43 Wh et -641,15 Wh. Le puits climatique permet de refroidir une habitation à Ouagadougou en période de chaleur et donc d'y accroître le confort thermique. Il permet aussi de réduire les déperditions et les besoins en climatisation de cette habitation. Durant les périodes froides, le sol cède à l'air de l'habitation des flux thermiques compris entre 68,61 Wh et 377,95 Wh. C'est pourquoi, il ne faut pas utiliser le système durant les périodes froides. D'après David Amitrano, ces périodes nécessitent de conserver le froid dans le bâtiment. Il est donc préférable d'arrêter le fonctionnement de l'échangeur pendant ces périodes [8].

#### 4. Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié le fonctionnement annuel d'un échangeur air-sol à l'aide d'une modélisation analytique. Nous avons d'abord rappelé l'expression analytique qui traduit l'évolution de la température de l'air le long de l'échangeur. Cette étude a été menée dans les conditions météorologiques de la ville de Ouagadougou pour la période de 1992 à 2001. Nous avons déterminé à partir des températures horaires extérieures de la météo, les températures horaires de sortie, les différences de température, les flux thermiques récupérables et les périodes de refroidissement. Nous avons obtenu les résultats suivants :

- les températures de sortie de l'air de l'échangeur, varient entre 27,5°C et 28,5°C ;
- il y'a dans l'année, sept (07) mois de refroidissement qui sont : février, mars, avril, mai, juin, septembre et octobre ;
- il y'a dans l'année, sept (05) mois de chauffage qui sont : Juillet, août, novembre, décembre et janvier ;
- durant les périodes chaudes (périodes de refroidissement), l'air récupère dans le sol, des flux thermiques compris entre -32,43 Wh et -641,15 Wh ;
- durant les périodes froides (périodes de chauffage), l'air récupère dans le sol, des flux thermiques compris entre 68,61 Wh et 377,95 Wh.

Le puits provençal peut donc apporter confort thermique dans une habitation à Ouagadougou durant les périodes chaudes. Dans les zones sahéliennes, il est préférable de ne pas utiliser ce système durant les périodes froides.

#### Références

- [1] - PIERRE HOLLMULLER, Utilisation des Echangeurs Air / Sol pour le Chauffage et le Rafrâchissement des Bâtiments, Thèse de Doctorat, Faculté des sciences, Université de Genève, Suisse, (2002).
- [2] - Direction Générale de la Météorologie, Données de températures horaires pour la ville de Ouagadougou, Burkina Faso, (2014).
- [3] - BASTIEN COLLIARD, Outil de décision et de quantification du potentiel géothermique pour l'implantation de sondes géothermiques verticales, Cycle de spécialisation en hydrogéologie, Rapport, Université de Neuchâtel, Suisse, (Décembre 2004).
- [4] - PIERRE HOLLMULLER, Caractérisation analytique de l'amortissement de l'amplitude et du déphasage dans un échangeur de chaleur air-sol, Journal international de transfert de chaleur et de masse, 46 (2003) 4303 - 4317.
- [5] - <http://www.pages-travaux.fr/toutes-les-infos-pour-vos-travaux-maisons/chauffage-climatisation/puits-canadien>, consulté en septembre 2014.
- [6] - PIERRE HOLLMULLER et al, Rafrâchissement par géocooling : bases pour un manuel de dimensionnement, Rapports de recherche du CUEPE N° 5, Genève, Suisse, (2005).
- [7] - MOHAMED SAADEDDINE, Identification et analyse des principaux facteurs influant le comportement thermique d'un échangeur air / sol enterré, Magister en Génie Mécanique, Faculté des sciences et de la technologie, Université Mohamed Khider, Biskra, Algérie, (2013).
- [8] - DAVID AMITRANO, Elements de dimensionnement d'un échangeur air / sol dit « puits canadien », Université J. Fourier, Grenoble, (2006) <hal-00172582>.